

**AMICALE des ANCIENS ELEVES
de l'ECOLE SUPERIEURE de PEDAGOGIE
de la PROVINCE de LIEGE
Hermalle-sous-Argenteau**

Le 23 novembre 2002

REFLEXIONS sur la GEOMETRIE avant 6 ANS

Francis Buekenhout
Université Libre de Bruxelles
fbueken@ulb.ac.be

1. Introduction

1.1 Y-a-t-il des mathématiques avant 6 ans?

C'est une question qui peut paraître saugrenue à des mathématiciens et professeurs classiques mais qui s'impose de divers points de vue. Pour y avoir réfléchi depuis environ 43 ans (naissance de ma fille aînée) je n'ai aucun doute et le paysage s'est éclairé surtout depuis une dizaine d'années. Ne dit-on pas que tout se joue avant 6 ans et cette réponse n'est-elle pas suffisante? Les causes d'échec qu'on cerne avec beaucoup d'acharnement ne se trouvent-elles pas souvent dans la petite enfance apparemment si innocente?

Il convient donc de se demander comment les maths naissent chez le petit enfant, comment elles se développent et pourquoi chaque citoyen doit avoir des droits à une éducation mathématique de base précoce.

Le grand écueil serait de confondre les maths avec l'apprentissage des nombres. C'est pourquoi, je focalise sur la géométrie, présente dès le premier âge et bien avant les nombres contrairement à une idée reçue. J'ai rédigé plusieurs dizaines de pages sur ces questions en 1997 (voir la bibliographie). Depuis lors, mes vues se sont encore modifiées et elles se sont enrichies d'apports divers. La version de 1997 a été retravaillée en tenant compte des réactions de plusieurs personnes présentes à un de mes exposés, rédigées par Charlotte Bouckaert ainsi que de ses propres observations. J'ai pu disposer aussi de nombreuses observations communiquées par Sabine Bouzette.

Un des aspects que je n'aborde pas ici est la question "Pourquoi les mathématiques?". Je dispose d'une conférence sur ce sujet et d'un document d'environ 80 pages que je peux communiquer.

Une question liée également éludée ici est celle des mathématiques dans la préhistoire. Je possède une conférence et un article intitulés "Les polyèdres de Lucy à Jacques Tits". L'existence d'une mathématique fortement développée bien avant la présence de l'écriture ne fait aucun doute pour moi.

1.2 Qui suis-je?

Je suis un mathématicien de profession ayant eu la chance d'enseigner, étudier et pratiquer la géométrie à l'université depuis 1960. Est-ce un effet de l'âge de vouloir faire part de réflexions sur la géométrie pour une tranche d'âge où la science a généralement peu de place avouée ? Et pourquoi cette intrusion sur le terrain de la psychopédagogie et des "maternelles" ?

Voici quelques brèves excuses.

Mon intérêt pour l'enfance de tout âge depuis la mienne ne s'est encore jamais démenti. J'ai accumulé une très longue expérience de l'éducation et de l'animation d'enfants et d'adolescents. Mettons un millier pour fixer un ordre de grandeur et pour mentionner ceux qui m'ont appris.

Pour parler de géométrie un géomètre peut être utile.

L'enseignement est une discipline complexe interdisciplinaire. Il se fait que j'ai du sujet, une expérience "verticale" et interdisciplinaire. Il va de soi que je n'ai pas l'intention ici de dresser un point de vue organisé mais bien de faire un inventaire de pistes familières.

Chez les plus petits, l'enseignement est inséparable de considérations affectives. Le problème du sens ne se pose guère. S'il est négligé l'enfant quitte l'activité proposée. Un bon moment pour rappeler qu'il n'est pas possible d'obliger quiconque à penser et que penser est indispensable pour s'instruire.

Je remercie ma femme Monique Van Balberghe-Buekenhout qui m'a tant appris et qui est l'"homme" de terrain dans notre équipe, notre fille le Dr. Nadine Buekenhout, Charlotte Bouckaert et Sabine Bouzette qui à des titres divers m'ont aidées. Je remercie Michel Demal pour une conversation fructueuse sur une première version de mon article. Je remercie Emile Rousseaux qui m'a initié au Mouvement en éducation physique.

1.3 La géométrie est une science mathématique

La géométrie est une science rationnelle, une science mathématique.

Elle est en développement explosif au 20^è siècle.

Personne n'est en mesure d'en synthétiser tous les aspects récents. Il y faudrait 50.000 pages difficiles à lire.

Deux exemples illustratifs personnels.

1. J'ai édité en 1995 un HANDBOOK of INCIDENCE GEOMETRY avec la collaboration d'une vingtaine d'auteurs. Il comporte 1500 pages. Ce n'est qu'un abrégé.

2. En 2001, j'ai participé à un Congrès consacré à l'Histoire de la géométrie au 20^è siècle, se déroulant à Paris durant 10 jours. J'ai eu l'impression de ne rien connaître en géométrie.

Certains proclament que pour les besoins de l'enseignement la géométrie d'Euclide (vers -300) est amplement suffisante. A mon sens, c'est une opinion criminelle. Elle ignore la cruciale richesse du néolithique et elle ignore une foule de connaissances récentes devenues incontournables.

L'enseignement de la géométrie est mondialement dans un état lamentable tant dans les universités que les écoles secondaires.

1.4 Et les enfants?

Une remarquable citation que je dois à Philippe Cara. Clifford est un grand mathématicien.

CLIFFORD (1845-1879)

... for geometry, you know, is the gate of science, and the gate is so low and small that one can only enter it as a little child.

William Kingdon Clifford

... car la géométrie, tu sais, est la porte de la science, et la porte est si basse et petite que pour y entrer il faut être un petit enfant.

1.5 Le sens du mouvement

La géométrie est l'étude de l'espace ou plus exactement des espaces. Pour l'être humain il n'y aurait ni espace ni quoique ce soit sans le mouvement. Alain Berthoz 1997 nous fait comprendre un 6ème sens: le sens du mouvement. Le plus important de tous. Il se manifeste par la relation permanente entre le cerveau et certains récepteurs qui permet au cerveau de connaître la position respective des divers constituants du corps. Il se manifeste pour déterminer cette position par rapport à l'entourage spatial. Le sens du mouvement s'éduque dans la psychomotricité qui m'apparaît comme la forme de géométrie la plus élémentaire. Science et Vie 1998 est tout entier consacré à: "Le cerveau et le mouvement" ou "Comment nos gestes construisent notre pensée". La géométrie se construit par le travail du cerveau portant sur les informations spatiales et procédant par abstraction.

Au 19è siècle est apparue peu à peu une abstraction du mouvement lui-même qui est la notion de déplacement. Le déplacement qui est une transformation géométrique s'accompagne d'autres transformations élémentaires comme le miroir et la similitude.

2. Séparer la géométrie des maths?

Je crois à l'unité des maths y compris la géométrie, à celle de la science, de la personne, etc. Pour faire de la science il faut cependant sérier, séparer, simplifier quitte à globaliser l'instant d'après. La vision des maths que possède le public se résume à un slogan: maths=calcul. En parlant ouvertement de géométrie j'espère éviter toute confusion.

A propos du slogan "maths=calcul", Demal me dit que ce n'est la faute ni des enseignants ni du public. On ne leur a pas appris ce qu'est une activité mathématique. Il pense que je peux contribuer à l'expliquer. On peut faire dès le primaire, peut-être avant, des maths "complètes". Au lieu de se borner à manipuler, à observer, à construire, à dessiner et à émettre des propositions (toutes activités par ailleurs indispensables) on peut aussi explorer des corrélations entre concepts, mettre en doute, argumenter...Demal et ses collaboratrices ont effectivement établi tout ce

qui précède à partir de 6 ans et à mon sens il serait douteux que des germes de ces observations ne soient pas présents plus tôt. Reprenant le fil de mon propos, pourquoi parler de public? N'est-ce pas plutôt d'enseignants qu'il faut parler? Je crains que le slogan ne soit de mise pour une forte majorité d'enseignants à tous les niveaux. Il est à craindre qu'il ne soit de mise pour les "maternelles" et il est bien connu que celles-ci ont rarement une expérience personnelle agréable des maths. De plus, avant 3 ans, le corps enseignant est tout simplement constitué de celles et ceux qui élèvent les enfants, que j'appellerai les "mamans". Nous revenons ainsi au public. Pourquoi parler de géométrie avant 6 ans? Ne vaut-il pas mieux laisser la prime enfance se dérouler tranquillement au lieu de se livrer à un "forcing" éffréné? Voilà une objection ou du moins une interrogation qu'on rencontre constamment dans les discussions sur cette tranche d'âge. Les gens les plus concernés par l'enseignement et l'enfance continuent à ignorer l'énorme potentiel et l'énorme appétit d'apprentissage du petit enfant. Il ne s'agit pas de forcing. Soit, dirons les sceptiques a priori. Mais on ne commence pas le football avant 6 ans. On peut tout au plus pratiquer des activités d'ouverture, de la psychomotricité de ballon, etc. Oui et non. Je rencontre régulièrement des petits gamins de 5 ans qui ont déjà une approche étonnante du foot. D'autres ont besoin à 8 ans de tout apprendre de la maîtrise du ballon. Mon propos est précisément d'analyser quelque peu les antécédents de la géométrie chez l'enfant. Pourquoi la barrière de 6 ans? Toute autre pourrait convenir. C'est une barrière traditionnelle en Belgique et en France. De ce fait elle oriente naturellement le public. Pour la période qui suit 6 ans, nous disposons d'une remarquable théorie-expérience élaborée par Demal (voir Demal et Etienne). Ces travaux ont reçu une impulsion de grande ampleur dans les travaux de Demal et Popeler depuis 1997. Revenons à la séparation de la géométrie et du reste des maths. Il doit être évident que c'est tout au plus un fil conducteur. En scrutant la géométrie avant 6 ans on scrute forcément d'autres sujets. A commencer par les grandeurs! Les nombres et les grandeurs surgissent constamment.

3. La géométrie est une science physique

Les mathématiciens qui réfléchissent aux débuts de la géométrie demeurent souvent prisonniers d'une vision purifiée, rationnelle que la géométrie pourrait ou devrait avoir dès ses débuts. Ils oublient que les Grecs (comme on dit) furent précédés de quelques millénaires d'efforts conduisant à la rationalité. En vérité, la géométrie et les mathématiques sont une partie de la physique, la partie la plus abstraite de la physique. Ce point de vue est défendu par Enriques et repris par Libois. Il n'en faut pas tant pour reconnaître qu'à l'école primaire la géométrie de Demal est une science physique dans laquelle l'expérimentation personnelle joue un grand rôle. Ceci n'empêche nullement les caractères mathématiques de se développer et de s'affirmer. Tout ceci est encore plus vrai avant 6 ans. Et il faut répéter sans cesse que l'activité mathématique la plus avancée est une science à la fois théorique et expérimentale. Le laboratoire des maths avancées est le

cerveau. C'est la plus grande différence par rapport à la norme scolaire et pré-scolaire.

La géométrie de 0 à 6 ans est une science physique? Oui. Une science de relation psychomotrice de l'enfant avec son entourage, avec des objets plus ou moins géométriques, le biberon, une foule d'objets manipulés, portés à la bouche, vus, reconnus, attirants. Une relation avec le décor dans lequel se meut l'enfant. La géométrie est longtemps tridimensionnelle avec une importance grandissante de représentations.

Sabine Bouzette observe: "Pour la connaissance des volumes, deux jeux dont Thomas ne se lasse jamais me paraissent très intéressants: les récipients dans l'eau (il transvase l'eau de l'un à l'autre et voit qu'il y en a parfois trop et cela déborde ou parfois trop peu et il faut en rajouter) ainsi que les blocs de taille décroissante qui, dans un sens s'encastrent l'un dans l'autre et, dans l'autre sens, permettent de construire une tour. La pâte à sel ou la pâte à modeler permet aussi de manipuler et construire des volumes (une boule s'obtient en roulant un morceau de pâte dans le creux de la main, un boudin en roulant un bout de pâte...)".

4. Adriane et le miroir

Une expérience que j'ai vécue tant de fois en 40 ans et la revoici. Adriane sur les bras de grand-papa géomètre. Elle a 9 mois mais je ne prétends pas que ceci soit une première ni une norme.

On arrive devant un grand miroir, un miroir sur pieds. Brusquement Adriane voit un deuxième grand-papa et observe en alternance le premier et le deuxième, ainsi que le bébé d'en face. C'est une leçon de géométrie.

Observation, réflexion, comparaison. Le prof y voit de l'isomorphisme, du retournement, bref ce qui viendra nourrir et amplifier la spirale demain peut-être puis... Le miroir est un bon sujet. Il a du sens. Il intéresse Adriane.

Qui n'a pas vécu cette expérience?

Pourquoi en parler? Pour attirer l'attention des "mamans" sur l'importance et l'intérêt du miroir.

5. Les livres pour enfants

Un de nos virus à ma femme et moi, est de mettre les enfants en présence de feuilles de papier puis de livres dès la naissance. Ici, peu importent les âges exacts et les objets effectifs. C'est le thème qui importe. Ces livres sont riches de géométrie. Certains sont de véritables leçons de géométrie avant la lettre. Ils se parcourent et se reparcourent dans un usage adapté à la progression de l'enfant. Demal m'a dit très justement que l'influence du milieu familial est très grande. Elle me semble gigantesque sur tous les terrains. Ceci n'est pas notre sujet ici mais c'est un fait: la meilleure éducation pour tous demeure constamment inaccessible en raison de l'importance des premiers âges et la tentation est grande pour les démocrates de niveller par le bas sans même s'en rendre compte. Quelle solution? L'école pour bébés où l'on se rend brièvement chaque jour avec

maman et sans la quitter. Ce n'est pas pour demain. Mais ça existe et ça ne se sait pas.

Je dois des références à bien des gens notamment Charlotte Bouckaert.

Il convient d'observer que les illustrations pour les livres d'enfants sont très simplifiées, qu'elles sont géométriques.

6. Les balles, portiques etc. dès les premiers mois

Pour mémoire.

7. La psychomotricité

Une des grandes découvertes de la seconde moitié du 20^è siècle. Un bouleversement. Sans doute bien intégré par les "maternelles". Mais toujours une nouveauté pour un grand public et...pour les profs de maths. Trois livres limpides et monumentaux par Le Boulch, un des découvreurs-créateurs. Le Boulch fait des longues références explicites à la géométrie qui ont une valeur d'anthologie pour mon sujet.

A mon sens, le deuxième livre est la meilleure approximation que je connaisse et reconnaisse de ce que serait l'enseignement de la géométrie avant 6 ans. Il offre en outre, un éclairage profond sur ce que peut et devrait être cet enseignement après 6 ans.

Dans un 4^è livre plus récent, il fait la synthèse de ses travaux antérieurs. Je dois la précieuse référence aux travaux de Le Boulch à Emile Rousseaux, licencié en Education Physique qui est le fondateur et inspirateur de diverses Ecoles du Mouvement (Grimbergen, Binche, Nivelles, Mont-St-Guibert) que je considère personnellement comme des écoles de géométrie pour les enfants de 18 mois à 5 ans.

En ce qui me concerne, la théorie-expérience de Demal est parfaitement en harmonie avec Le Boulch sans s'y référer de manière explicite.

Voici un manuel abordable: De Lièvre e.a. 1993.

Seulement pour le sport? Que nenni.

Chapitre 2. La psychomotricité et l'école.

A. Incidence de la psychomotricité sur la scolarité

1. Le développement moteur
2. Le schéma corporel
3. La latéralité
4. La structuration spatiale
5. La structuration temporelle

B. Prérequis aux acquisitions scolaires

1. Prérequis à l'écriture
2. Prérequis à la lecture
3. Prérequis aux mathématiques

C. Éducation psychomotrice d'acquisitions scolaires

1. Préécriture
2. Sens graphique
3. Géométrie

4. Notions de nombre
 - A. Connaissance ordinale du nombre
 - B. Dénombrement
 - C. Correspondance terme à terme
 - D. Groupements
 - E. Tri-classification selon une seule variable
 - G. Sériation
 - H. Schèmes numériques
 - I. Invariance

5. Connaissance de la gauche et de la droite.

Ceci n'est qu'un échantillon. Voulez-vous une bonne approximation d'un enseignement de la géométrie de 0 à 6 ans? Ce livre est une excellente réponse.

Sabine Bouzette: "...ils font à mon sens de la psychomotricité à longueur de journée. Pour acquérir le vocabulaire, pour se représenter dans l'espace réel (au-dessus, derrière, à côté...Un bon exercice est de dresser la table".

Elle recommande: "un livre qui donne pas mal d'idées de jeux intéressants pour l'apprentissage de la géométrie, de la psychomotricité...: '1000 jeux d'éveil pour les tout-petits' (de 0 à 3 ans) de Sylvia Horak aux éditions Casterman".

8. Les réglettes Cuisenaire

Un monument. Les nombres en couleurs. Mais aussi la géométrie. Les figures en dimension trois, qu'on voit, qu'on transporte et qui aident à construire les dimensions un et deux. Un matériel fabuleux. Déjà connu des "maternelles". Déjà présent dans beaucoup d'écoles. Avec deux vitrines au National Museum de Washington dans le secteur de l'éducation.

9. Les puzzles

Ce sont d'abord des jeux d'encastrement. Le déplacement, la superposition, l'isomorphisme, l'observation, le raisonnement, la sensation corporelle s'épaulent mutuellement. D'abord l'encastrement? Pas sûr. Il y a les passages délicats d'objets dans des trous, son passage personnel dans des couloirs étroits et les rapprochements de ces situations. Il n'est pas très difficile de concevoir une véritable spirale des puzzles. Elle commence effectivement avec l'introduction ou non d'un objet dans un trou ou une ouverture. Avec le passage de bébé dans des ouvertures, le passage des doigts. Un travail inlassable. La suite s'organise facilement.

A signaler, les puzzles sur CD-ROM où seules les translations du plan interviennent.

A 1 an, Adriane raisonne! Pour sortir tel jouet du coffre.

Et les dominos. Manipulables très tôt. De préférence de grandes tailles. Une autre manière d'aborder les nombres et la géométrie.

Sabine Bouzette: "Vers deux ans, ils dévissent toutes les bouteilles qui leur passent sous la main, adorent les jeux d'encastrement (puzzles en bois),

retournent les cartes de leur loto pour ne plus voir le dessin...Voilà de nouveau une quantité de notions de géométrie (vissages, rotations, translations...)”.

10. Les blocs logiques de Dienes

Un outil dont je ne me suis jamais lassé depuis 1966 environ. Utilisables avant deux ans pour classer selon la couleur, puis la forme (les figures!!!), puis la taille, puis l'épaisseur. Tout ceci exige des comparaisons, du raisonnement.

C'est un autre cours de géométrie et de mathématique tout cuit!

Un outil souvent négligé de nos jours du fait qu'il a été récupéré par les "Maths Modernes" et qu'il convient dès lors de le jeter sans nuances comme souvent. Dommage.

Voici Dienes.

" La géométrie est l'exploration de l'espace. Un enfant, dès sa naissance, explore l'espace. D'abord, il le regarde, puis il y étend ses membres, à la découverte, puis il s'y déplace. Il lui faut un temps assez long pour développer les idées de perspective, de distance, de profondeur, des notions comme celles de **dedans** et **dehors**, **devant** et **derrière**, **avant** et **après**, et ainsi de suite. Quand l'(enfant arrive à l'école, certains de ces développements sont déjà en bonne voie: il faut les encourager et les étendre en multipliant les expériences offertes aux enfants. Mais auparavant la maîtresse devra s'efforcer de découvrir le point auquel chaque enfant, pris individuellement, est parvenu, les concepts qui sont déjà formés. Il se trouve, par bonheur, que ce sont les leçons mêmes destinées à aider l'enseignant dans cette découverte qui peuvent être utilisées pour aider les enfants les moins expérimentés dans leur formation conceptuelle. En tout cas, rappelons-nous toujours que les concepts ne s'enseignent pas-tout ce qu'on peut faire,c'est de créer, de présenter les situations et les expériences qui aideront les enfants à les former. A l'école maternelle, c'est surtout à la formation des concepts qu'il faut consacrer l'enseignement, bien plus qu'à l'acquisition des faits."

Toute la suite de ce texte mérite d'être citée.

Un autre véritable cours de géométrie à partir de 3 ou 4 ans me semble-t-il. La topologie et les transformations y sont. J'ai pu voir Dienes animant un groupe d'enfants de 6 ans et les faisant travailler dans un groupe d'ordre 4... Sabine Bouzette jouait aux blocs logiques avec son fils Thomas à deux ans. Il arrivait à classer par couleur, par épaisseur mais plus difficilement par forme."Ces regroupements se font d'ailleurs dans la vie de tous les jours: en triant les couverts dans le tiroir (il s'en sort très bien et désire les ranger lui-même à chaque vaisselle) ou le rangement des jouets: petites voitures ensemble, duplo ensemble..."

11. Lecture et géométrie: même combat

L'apprentissage de la lecture ou plutôt sa genèse est de mieux en mieux intégré à l'enseignement maternel. Ceci n'est pas le lieu d'entrer dans les détails. Je veux simplement observer que l'enfant est exercé de plus en plus

tôt à "lire" son environnement en le nommant. Cet apprentissage comporte aussi des lettres, la plupart du temps des mots représentant son nom, maman, papa, etc. Les lettres sont aussi des figures géométriques, quelque peu variables. La géométrie variable des lettres et leur nécessaire isomorphisme sont aussi de la géométrie.

Remarquons au passage qu'il y a des lettres de dimension trois qu'on peut prendre en main, déplacer. Il y a des lettres "Cuisenaire". Pour le typographe jadis il en allait de même.

Un élément demeurant peu connu au niveau du grand public est qu'il existe une méthode (au moins) pour apprendre à lire avant 4 ans. Je renvoie à Doman. Ce qui importe ici à ce propos, est qu'on peut donner de brèves leçons de lecture dès 18 mois, avant que la verbalisation ne soit installée et qui accompagnent celle-ci. Il s'agit à mon sens et en même temps de leçons de géométrie. Un mot de grande taille (12 cm de haut) est montré dans des conditions déterminées pendant un petit intervalle de temps bien déterminé, en le nommant, toujours par la même personne (maman faisant fonction). C'est un contact de grande rigueur, avec des figures géométriques (pour moi), avec des familles (une lettre se répète dans le temps et dans des mots différents), et avec des déplacements. La similitude entre en jeu. La méthode comporte une réduction des lettres lorsqu'une certaine aisance est acquise. Cet aspect me semble bien intégré par toute la pédagogie actuelle de la lecture et de l'écriture: on passe par des grandes lettres et celles-ci se réduisent peu à peu.

Une autre notion géométrique entre en jeu de manière impitoyable: la ligne droite qui règle le ballet des lettres et même les deux à quatre droites parallèles qui le règlent. Le point est présent très tôt en des incarnations variées.

Relevons encore que la lecture est une géométrie surtout visuelle mais pas exclusivement. On sait bien en pédagogie qu'il importe de lire à haute voix. On connaît aussi l'écriture Braille.

12. Écriture et géométrie: même combat

L'écriture se prépare très tôt. Son sens émerge d'abord de la lecture. Il se prépare longuement et de manière variée. Notamment par le dessin, par la maîtrise psychomotrice de plus en plus fine de l'épaule aux doigts. Ici aussi, on procède par tailles successives. Des grands ronds et des grandes barres qui deviendront des morceaux de lettres ou l'"axe" selon lequel les lettres s'alignent. C'est une forme de géométrie mais cette fois corporelle alors que la lecture est surtout visuelle. C'est presque une géométrie aux instruments: la main et le crayon sont les instruments principaux mais la position du corps et la psychomotricité sont essentiels aussi.

13. Le dessin

Un monument de l'éducation aujourd'hui bien connu. J'y suis passé en parlant d'écriture mais il va de soi que le dessin est un mode d'expression, de communication. Et un mode de géométrie. Voir Lucienne Félix, 1971.

Sabine Bouzette: " la peinture à doigts permet d'imprimer une main, un pied, de faire des formes avec des éponges ou des pommes de terre et de dessiner des frises, de retourner le tampon pour voir le résultat...".

14. Jeux de construction

Pour mémoire.

15. L'organisation géométrique d'Od-ed

La collection de jouets d'Odette Smeesters est toute entière un remarquable thème de géométrie à partir de 18 mois. Sa Géométrie est un jeu d'enfant et l'exposé qu'elle en fait est à mon sens l'organisation locale déductive la plus élémentaire que je connaisse. Une géométrie vraie pour 4 à 6 ans.

Les objections que je crois avoir entendues relèvent du fait qu'on serait lié à une seule figure ce qui n'est que partiellement vrai, ce qui ignore le passage que je crois obligatoire par la géométrie des encastresments et ce qui ignore que la généralité n'est pas donnée gratuitement. Si quelqu'un croit qu'on peut faire mieux mettons à 5 ans qu'il le dise. Jusqu'ici je n'ai eu aucun commentaire en ce sens. Et si on prenait Od-ed au sérieux?

La même objection a été faite par certains à la géométrie de Demal pour 6 ans et je la réfute de même.

En appui je citerai l'opinion de Wittmann sur les démonstrations opératoires (référence?) notamment sa démonstration de $axb = bxa$ par les aires de rectangles.

En voici une autre due à Hilbert et dont je ne possède pas la référence.

"L'art de faire des mathématiques consiste à trouver le cas particulier qui contient tous les germes de la généralité."

Il convient de prendre conscience du fait que la généralité se conquiert lentement et de manière difficile, qu'elle peut se trouver présente dans le discours magistral sans pour autant se retrouver dans la pensée de l'élève. La généralité est une de nos préoccupations centrales mais elle n'est pas donnée.

16. Decroly

Un monument belge de réputation internationale qui demeure "snobé" par beaucoup. Lisez Cuisenaire. Dès le début, la filiation avec Decroly est manifeste. Le mouvement épistémologique qui anime certains milieux à l'heure actuelle ne peut ignorer Decroly. Voir Decordes 1952 et ...

Beaucoup d'autres documents sont accessibles à la Bibliothèque de l'École Decroly.

17. Les enfants prodiges

Ceci n'est qu'une piste. Je n'ai pas beaucoup d'informations ici en ce moment. Le cas des enfants prodiges peut s'avérer précieux pour faire avancer l'enseignement. Ce n'est pas que tous les petits musiciens doivent

se transformer en Mozart mais que la connaissance de Mozart et d'autres a pu contribuer à l'éducation musicale de nombreux enfants.

Pour l'instant je relève que le grand mathématicien du 20^e siècle que fut Paul Erdős et qui est décédé en 1996, avait appris les nombres négatifs par lui-même à l'âge de 4 ans. Si on retranche 216 de 180 on obtient 36 en dessous de zéro. (Citation faite de mémoire).

18. Mouvement et déplacement

Le rapprochement du mouvement humain et du mouvement des objets est une idée clé de cet article. Ce rapprochement est sans aucun doute (pour moi) une étape de la spirale conduisant au déplacement et par là, à d'autres transformations (comme on dit) ou plutôt à d'autres symétries ou automorphismes puis aux groupes et catégories.

19. Déplacement et figures

Quelle est donc la géométrie de bébé? De la "soupe" de sensations qui lui parviennent, de leur mémorisation et du travail cérébral qui s'effectue peu à peu sur ces données, se dégage un "objet": maman et d'autres. Ils se dégagent par leur mouvement tant pour les sensations buccales que corporelles, visuelles, auditives, etc. Pour la géométrie, les objets seront des figures et les mouvements des déplacements. Alors, indissociables? Certes. Seulement, les objets-figures sont a priori interchangeables. Le caneton sortant de l'œuf et apercevant un canard en bois en mouvement adopte celui-ci pour mère et lui emboîte le pas. Le mouvement demeure. Il me semble plus profondément représentatif de la réalité. L'histoire a misé depuis longtemps sur les figures et elle a tenté d'écarter le mouvement. Volonté délibérée ou impuissance? Qui peut le dire? Aujourd'hui, ou plutôt au siècle dernier, le mouvement s'est mathématisé en termes simples. Le déplacement est à la portée des enfants.

Prenons de l'altitude. Peut-on exposer une géométrie rationnelle aujourd'hui en misant sur les figures seules et en oubliant le déplacement? On le peut en apparence seulement car l'isomorphisme, les catégories sont inévitables pour traduire ce que chacun veut. Peut-on l'exposer en écartant les figures? On le peut avec un ensemble de points (ou de ce qu'on veut) et d'un groupe de transformations. Ceci est déjà clairement exposé par Poincaré.

20. Similitudes

Il y a le déplacement. Mais aussi la similitude. De manière vague comme expression d'analogie, de ressemblance et de manière plus précise avec la vision globale des conservations de proportions. Un exemple typique et un peu sensationnaliste est celui des poupées voraces. Mais le monde des jouets est littéralement inondé des concepts de similitude et ce dès le premier âge. Plus tard, le fameux "bac à sable" est un exemple majeur quelles que soient ses incarnations.

Les cubes et cylindres emboîtés s'utilisent petit à petit et avec grand plaisir à partir d'un an (Adriane). Ils s'utiliseront longtemps. Une variante spectaculaire est celle des poupées emboîtées russes "matrioschka". Une autre variante est l'empilement de cylindres sur un axe.

21. Les grands pédagogues

Fröbel utilise des solides. Je n'ai pas la référence sous la main.

22. Une liste de mots

Avant, pendant, après
Triangle, rectangle, carré, cercle, ...
Droit. Rond.
Coin.
Plus haut, plus loin, plus grand, plus lourd, ...
Rouge, bleu, noir, ...
Placer sur, tourner, venir, aller, ...

REMARQUE: je n'hésite pas à intégrer les couleurs aux mathématiques! C'est compatible avec le meilleur niveau de celles-ci. Je peux expliquer.

23. Initiation mathématique pour 5 à 6 ans

Un cours superbe constitué de suggestions à l'usage des maîtres. D'auteur inconnu 1975.

Chez CEDIC. Sans aucun doute épuisé. A voir absolument.

Je range ici faute de mieux, un ouvrage incontournable concernant l'enfant de 0 à 6 ans: Siegler 2001. Il est consacré tout entier au raisonnement. C'est ici que débute la fameuse spirale des démonstrations dont j'ai parlé souvent ailleurs.

Enfin, je veux mettre en avant deux ouvrages américains publiés par le NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) 1975 et 1990. Très intéressant et riche en liens.

24. Bibliographie

Le sigle FB à la suite d'une référence signifie que je possède ce texte. De même CB se réfère à Charlotte Bouckaert.

Allès-Jardel Monique 1996. Le jeu, mode d'expression du jeune enfant et facteur de son développement. Le journal des psychologues. Décembre 96-janvier 97. N° 143. 21-25. FB.

Auteur inconnu 1975. Initiation mathématique. Activités mathématiques des enfants de cinq à six ans. Suggestions à l'usage des maîtres. Cedic. Paris 173 pages. FB.

Berthoz Alain 1997. Le sens du mouvement. Editions Odile Jacob. Paris. 345 pages.

Boulangier Françoise 1992. Lire à 3 ans, Nathan. CB.

Brassart-Meny Maryse 1989. La lecture en kit pour les tout petits, Retz. CB.

Buekenhout F. (editor) 1995. Handbook of Incidence Geometry. Buildings and Foundations. North Holland. 1500 pages.

Buekenhout Francis 1997a. Réflexions sur la géométrie avant 6 ans. UREM-ULB. 44 pages.

Buekenhout Francis 1997b. A propos de la géométrie de 0 à 22 ans. UREM-ULB. 20 pages.

Buekenhout Francis 1997c. Les débuts de la géométrie et de son enseignement en spirale. UREM-ULB. 15 pages.

Cerquetti-Aberkane Françoise 1992. Enseigner les mathématiques à l'école. Hachette. Paris. 256 pages. FB.

Cholette-Pérusse Françoise 1963. Psychologie de l'enfant. De zéro à dix ans. Les éditions de l'homme. Montréal. 184 pages. FB.

Collectif Decroly 1946. Initiation à la Méthode Decroly. Ermitage. Uccle. 153 pages. FB.

Daniel Marie-France 1997. La philosophie et les enfants. De Boeck & Belin. CB.

Decroly O. & A. Hamaïde 1932. Le calcul et la mesure au premier degré de l'école Decroly. Delachaux & Niestlé. Neuchatel. 122 pages. FB.

Decordes V. 1952. Le jardin d'enfants à l'École Decroly. CIREB . 80 pages. FB.

De Lièvre Bruno et Staes Lucie 1993. La psychomotricité au service de l'enfant. Notions et applications pédagogiques. De Boeck. Bruxelles. 328 pages. FB.

Demal M. 1995. Quelle géométrie à l'école primaire pour une école de la réussite? Rapport GEPEMA, ISEPCF, UREM. 48 pages. FB.

Demal Michel et Popeler Danielle 2000. Géométrie. première année primaire. Figures et solides géométriques en Géométrie des Transformations du plan et de l'espace. Deux CD-ROM édités par les auteurs. FB.

Dennison P. & Gail Dennison. 1992. Le mouvement: clé de l'apprentissage. Kinésiologie éducative. Le souffle d'or. Barret-le-bas. 87 pages. FB.

Dienes Z.P. & E.W. Golding. 1966. Les premiers pas en mathématique. Trois volumes: Exploration de l'espace et pratique de la mesure. Ensembles,

nombres et puissances. Logique et jeux logiques. Éditions Joseph Van In. Paris. 88+124+101 pages. FB.

Dodson F. 1970. Tout se joue avant 6 ans. Marabout. 315 pages. FB.

Doman G. 1964. J'apprends à lire à mon bébé. Lire avant 4 ans. Retz. Paris. 158 pages. FB.

Engelhardt J. 1988. Geometry in our world. NCTM. Reston. Virginia. 200 diapositives. FB.

Etienne Noëmie 1995. Mémoire de licence à l'ULB.

Félix Lucienne. 1971. Dialogues sur la géométrie. Dessi Mati Logi. Blanchard. Paris. 153 pages. FB.

Gal R. 1963. Histoire de l'éducation. Que sais-je? 310. Presses Universitaires de France. Paris. 136 pages. FB.

Guilbert M. e.a. 1992. L'évaluation en maternelle. Bordas. Paris. FB.

Guillaume Christian. J'aide mon enfant à apprendre à lire, de 2 à 10 ans. Retz. 1988. CB.

Gordon T. 1981. Enseignants efficaces. Le jour, éditeur. Montréal. 501 pages. FB.

Lany-Bayle Martine. 1996. Ça n'est pas du jeu. Le Journal des psychologues. décembre 96-janvier 97. N° 143. 26-29. FB.

Le Boulch J. 1976. Vers une science du mouvement humain. Introduction à la psychocinétique. Éditions ESF. Paris. 265 pages. FB.

Le Boulch J. 1984a. Le développement psychomoteur de la naissance à 6 ans. Conséquences éducatives. La psychocinétique à l'âge préscolaire. Éditions ESF. Paris. 212 Pages. FB.

Le Boulch J. 1984b. L'éducation psychomotrice à l'école élémentaire. La psychocinétique à l'école élémentaire. Éditions ESF. Paris. 298 pages. FB.

Le Boulch J. 1995. Mouvement et développement de la personne. Vigot. Paris. 260 pages. FB.

Ludington-Hoe Susan & Susan Golant. 1985. Éveillez l'intelligence de votre bébé. Marabout. 313 pages. FB.

Médici Angela. 1941. L'éducation nouvelle. Que sais-je? 14. Presses Universitaires de France. Paris. 125 pages. FB.

Mercier-Plomb Madeleine & Colette Delmotte-Mercier. 1988. Mathématique en Maternelle. Labor. Bruxelles. 101 pages. FB.

National Council of Teachers of Mathematics 1975. Mathematics learning in early childhood. NCTM. 296 pages. FB.

National Council of Teachers of Mathematics 1990. Mathematics for the young child. NCTM. 302 pages. FB.

Nimier J. 1996. Formation des enseignants: une révolution en marche? Le Journal des Psychologues. Décembre 1996-Janvier 1997. N°143. 49-52. FB.

Nimier J. 1988. Les modes de relations aux mathématiques. Méridiens Klinksieck. 304 pages. FB.

Poiry I. 1923. La réforme de l'éducation. Chez l'auteur. Bruxelles. 424 pages. FB.

Science et Vie 1998. Le cerveau et le mouvement. Comment nos gestes construisent notre pensée. N° 204. Hors série. 156 pages. FB.

Siegler Robert S. 2001. Enfant et raisonnement. Le développement cognitif de l'enfant. De Boeck Université. 444 pages. FB.

Smeesters Odette 1994. Le ludisme pédagogique selon Od-ed. La géométrie est un jeu d'enfant. Coffret de jeu à partir de 4 ans.
Van Winkel Arlette 1995. La petite Maison. Méthodologie de l'enseignement maternel. ULB. FB.