

"Les losanges" de 5 à 14 ans - évolution du concept en rapport avec "les plans du cours"

A. *Méthodologie utilisée en continu par Danielle POPELER depuis la classe maternelle(5 ans) à la sixième année primaire*

Evolution verticale (en continuité)

Découpage année par année

En Classe maternelle

Les losanges n'ont pas été "étudiés" pour eux-mêmes. Ils ont seulement été découverts par la déformation des carrés construits en chalumeaux.



"Passages obligés"

Etant donné la continuité installée dans tous les travaux "de terrain", se référer à la rubrique "plans du cours" qui donne la succession des thèmes travaillés chaque année à la suite l'un de l'autre avant d'en arriver à l'étude des losanges.

Par comparaison avec les carrés construits en chalumeaux, les enfants ont constaté que les losanges ont quatre côtés de même mesure (isométriques).

Rappel:

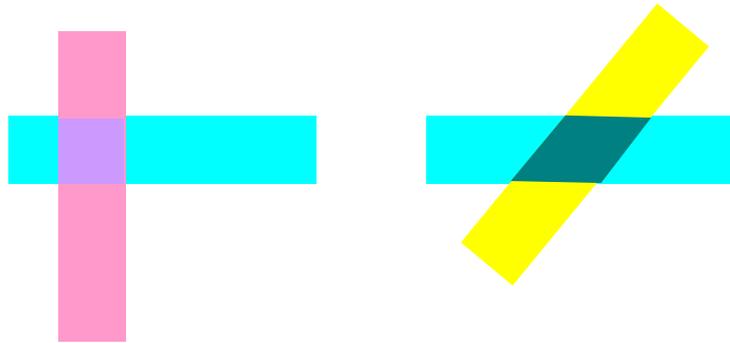
Passage du losange au carré par l'emboîtement d'un angle droit métallique entre deux côtés consécutifs .



En première année primaire

Les losanges (quelconques) n'ont pas été "étudiés" pour eux-mêmes.

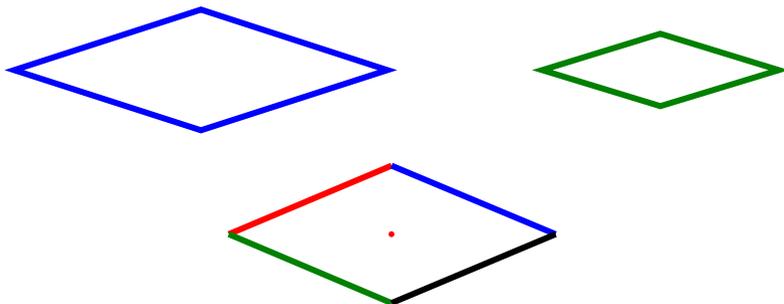
Ils ont été découverts dans le cadre de l'étude des carrés"



En deuxième année

Etude des losanges quelconques (un à un)

Mesure des côtés



Les losanges ont seulement été découverts au moment de la recherche de la construction de carrés en croisant deux bandes aux bords parallèles.

L'attention a été attirée sur: les deux points suivants pour les obtenir:

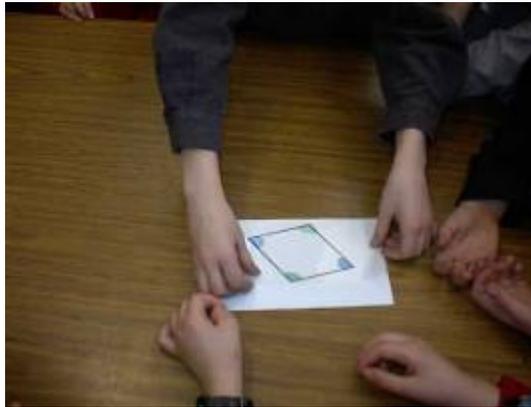
- ✓ deux bandes parallèles de même écartement croisées
- ✓ pas d'angle droit

Deux procédés utilisés pour déterminer la longueur des côtés:

- ✓ avec la latte (4 côtés isométriques)

- ✓ par superposition d'un transparent correspondant, utilisation des transformations qui superposent une figure à elle-même tout en gardant sa structure): soit par d; soit par r.

Recherche de l'amplitude des angles opposés



Construire des losanges avec du matériel varié



Tracer des losanges sur du papier tramé

Recherche des angles opposés (face à face).
Quels sont les angles de même amplitude?
Recherche par superposition d'angles (sur transparents) et d'écartements différents pour déterminer lesquels sont de même amplitude
Comment prouver que les angles opposés d'un losange sont de même amplitude?
A l'aide d'un losange correspondant (isométrique) sur transparent, recherche des mouvements du transparent (ou des transformations: d ou r du losange sur lui-même) qui permutent les angles opposés.

- Avec des segments de droites sur transparents
- Avec des tiges de mécano
- Avec des chalumeaux
- En croisant des bandes aux bords parallèles.

Remarque:

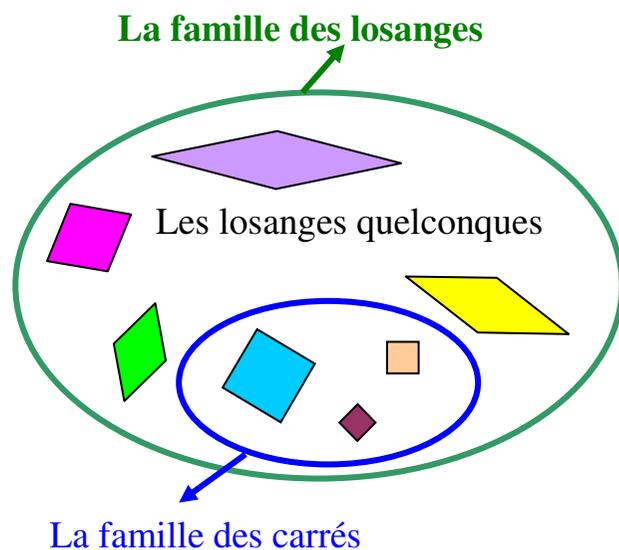
Selon le matériel utilisé, des enfants constatent déjà que certaines constructions font apparaître des losanges "quelconques" mais aussi des losanges carrés.

La longueur d'un côté est donnée.
Les longueurs d'un côté est choisie par les enfants.
Comparaison collective des tracés, argumentations et corrections individuelles après mise au point..

En troisième année

Etude de la famille des losanges

Sélectionner tous les quadrilatères ayant tous les côtés de même mesure (isométriques)



Construction de losanges quelconques et de losanges particuliers avec du matériel varié:

- ✓ avec des tiges de mécano.
- ✓ avec des paires de droites parallèles.

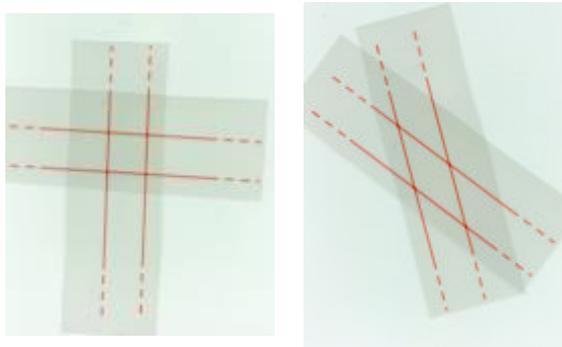
Apparition de la grande famille des losanges comprenant:

- ✓ des losanges quelconques
- ✓ des carrés

Comment faire?

Constatations:

- ✓ Les tiges de mécano doivent être de la même mesure
- ✓ Un angle droit dans un losange quelconque redresse le losange en carré et on obtient alors quatre angles droits.



Par manipulations du matériel adéquat, recherche des qualités communes à tous les membres de la famille des losanges (côtés, angles, parallélisme, transformations qui superposent tous les losanges à eux-mêmes: d et/ou r)

Etablissement d'une synthèse collective à propos des caractéristiques de tous les losanges

Deux paires de droites parallèles de même écartement donnent en les croisant:

- ✓ Un losange quand il n'y a pas d'angle droit
- ✓ Un carré quand on place un angle droit dans un losange

A ce stade, voici la synthèse obtenue:

- ✓ 4 côtés de même longueur
- ✓ 2 paires de côtés parallèles de même écartement
- ✓ les angles opposés de même écartement (de même mesure)
- ✓ superposables à eux-mêmes par au moins un déplacement.
- ✓ superposables à eux-mêmes par au moins un retournement.

Exemples d'exercices individuels:

- ✓ Connaissant l'amplitude d'un angle d'un losange, donner l'amplitude de l'angle opposé
- ✓ Connaissant deux angles adjacents, trouver l'amplitude des deux autres.
- ✓ Calcul de périmètres.
- ✓ Connaissant le périmètre, calculer la mesure d'un côté.
- ✓ Réflexions:vrai ou faux:

Tout losange est-il un carré?

Tout carré est-il un losange?

En quatrième année

- ✓ Idem troisième année
- ✓ En plus

Etablir la synthèse des caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des losanges (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les losanges à eux-mêmes (rotations) ; types de retournements qui superposent les losanges à eux-mêmes (symétries orthogonales).

A ce stade, les élèves ont été initiés aux rotations et aux symétries orthogonales (voir les thèmes précédant l'étude de la famille des losanges, dans la rubrique " plan de quatrième année".

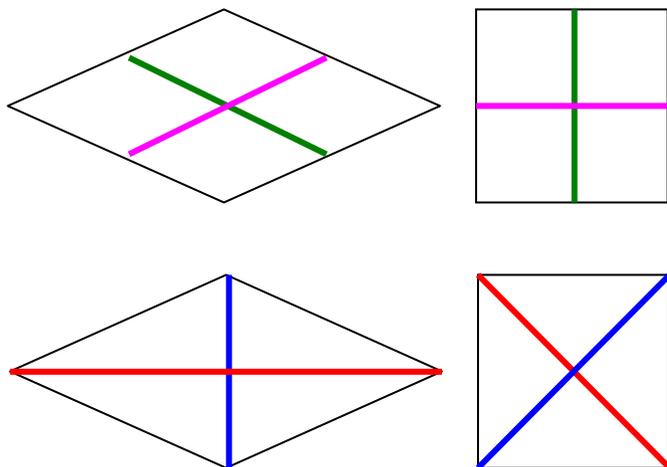
Synthèse de quatrième année:

Qualités communes à tous les losanges:

- ✓ 4 côtés de même longueur
- ✓ 2 paires de côtés parallèles de même écartement
- ✓ les angles opposés de même écartement (de même mesure)
- ✓ superposables à eux-mêmes par déplacements (2 rotations : $\frac{1}{2}$ tour et $\frac{4}{4}$ de tour)
- ✓ superposables à eux-mêmes par retournements (2 symétries orthogonales : d_1 et d_2)

En cinquième année

- ✓ Idem quatrième année
- ✓ En plus
- Les médianes et les diagonales des membres de la famille des losanges sont-elles des axes de symétrie ? Comment le prouver?



- Etablir la synthèse des caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des losanges (côtés, angles, parallélisme, les rotations qui superposent les rectangles à eux-mêmes (lesquelles ?) ; les symétries orthogonales qui superposent les losanges à eux-mêmes (médianes et/ou diagonales ?).

Utilisation des transparents isométriques aux losanges choisis, et des transformations (rotations ou symétries orthogonales) permettant de rechercher, d'argumenter et de prouver.

En sixième année

- ✓ Idem cinquième année
- ✓ En plus

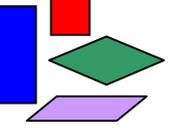
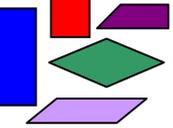
Déterminer si les médianes puis les diagonales de tous les membres de la famille des losanges:

- ✓ sont de même longueur (isométriques)
- ✓ sont perpendiculaires
- ✓ se coupent en leur milieu
- ✓ sont des axes de symétrie des losanges

Elaboration collective de la synthèse "complète" de toutes les qualités communes à tous les membres de la famille des losanges

A l'aide de manipulations de transparents, recherche, argumentation, preuves orale des propriétés des membres de la famille des losanges. (voir les vidéos des élèves de sixième année en activité)

Synthèse des familles des quadrilatères en cinquième année

Familles des quadrilatères connus	au moins une paire de côtés parallèles	4 côtés de même longueur	côtés opposés de même longueur	4 angles droits	Angles opposés de même amplitude	Superposables à eux-mêmes par déplacements (rotations)				Superposables à eux-mêmes par retournements (symétries orthogonales)				
						r 1/4	r 1/2	r 3/4	r 4/4	S _(d₁)	S _(d₂)	S _(m₁)	S _(m₂)	
Famille des carrés 														
Famille des rectangles 														
Famille des losanges 														
Famille des parallélogrammes 														
Famille des trapèzes 														

Pour les deux premières années du secondaire, la méthodologie utilisée suit le même fil conducteur (voir les pratiques utilisées par Christine PILAETE)

En première année secondaire

"Mise à niveau" de tout le groupe d'élèves étant donné leur venue d'écoles différentes.

Révision et fixation de la "définition" de losanges.
Détermination des "propriétés" (qualités communes) à tous les losanges.
Comprendre les liens de dépendance qui unissent le concept "définition" et le concept "propriétés".

En deuxième année du secondaire

A terme (à 14 ans), les enfants devront:

- comprendre le classement usuel et découvrir les propriétés communes à tous les membres de cette famille.
- comprendre le concept "définition" et le concept "propriété" ainsi que les liens de dépendance qui les unissent.
-
- découvrir des "conditions déterminantes" pour appartenir à cette famille et démontrer la véracité de ces conditions déterminantes

Avec le matériel adéquat (les transparents) et par manipulations individuelles, utilisation des transformations (automorphismes) pour découvrir et vérifier les propriétés communes à tous les losanges: perpendicularité, parallélisme, isométries des côtés, des angles, propriétés des diagonales et des médianes.

Remarque:

Il existe deux types de définitions en mathématique:

- ✓ les définitions créatives
- ✓ les définitions descriptives