

## "Les parallélogrammes" de 5 à 14 ans - évolution du concept en rapport avec "les plans du cours"

A. Méthodologie utilisée en continu par Danielle POPELER depuis la classe maternelle(5 ans) à la sixième année primaire

### Evolution verticale (en continuité)

Découpage année par année

#### 1. En Classe maternelle

Les parallélogrammes n'ont pas été "étudiés" pour eux-mêmes.



### "Passages obligés"

*Etant donné la continuité installée dans tous les travaux "de terrain", se référer à la rubrique "plans du cours" qui donne la succession des thèmes travaillés chaque année à la suite l'un de l'autre avant d'en arriver à l'étude des parallélogrammes.*

Les parallélogrammes ont seulement été découverts par la déformation des rectangles construits en chalumeaux.

Il a d'ailleurs été montré que les parallélogrammes se redressent en rectangles par le placement d'un angle droit métallique dans un "coin".

### En première année primaire

Les parallélogrammes (quelconques) n'ont pas été "étudiés" pour eux-mêmes.  
Ils ont été découverts dans le cadre de l'étude des rectangles quelconques.

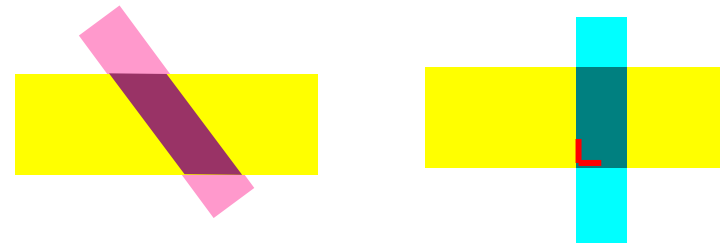
Le "jeu" des bandes parallèles croisées a permis de passer des parallélogrammes quelconques aux rectangles quelconques et réciproquement.

La construction des rectangles quelconques avec des tiges de mécano a permis de voir apparaître des parallélogrammes quelconques) lorsqu'il n'y a pas d'angles droits.

Les parallélogrammes ont seulement été découverts au moment de la recherche de la construction de rectangles en croisant deux bandes aux bords parallèles.

L'attention a été attirée sur les deux points suivants pour les obtenir:

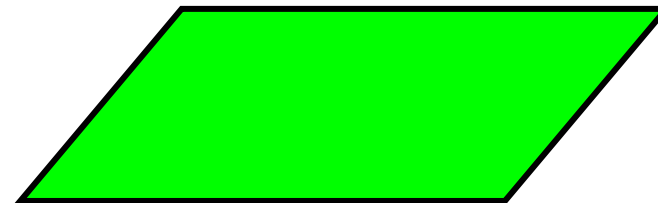
- ✓ deux bandes parallèles croisées d'écartements différents
- ✓ pas d'angle droit



### En deuxième année primaire

Etude des parallélogrammes quelconques (un à un)

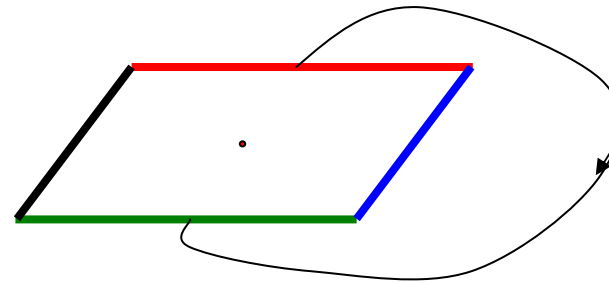
Mesure des côtés



Recherche et comparaison de la longueur des côtés opposés (deux possibilités):

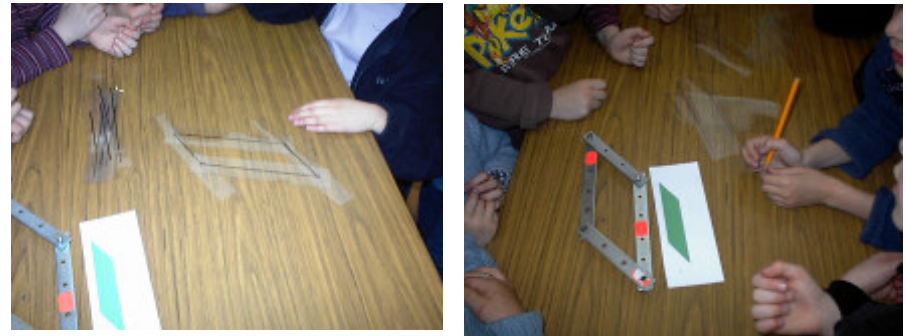
- ✓ avec la latte (les côtés opposés isométriques)
- ✓ par superposition d'un transparent correspondant, utilisation des transformations qui superposent une figure à elle-même tout en gardant sa structure ): soit par  $d$ ; soit par  $r$  (dans ce cas-ci, uniquement par déplacement).

Recherche et comparaison de l'écartement des angles opposés par superposition d'angles et par les transformations qui superposent une figure à elle-même dans ce cas ci: les déplacements (rotations).

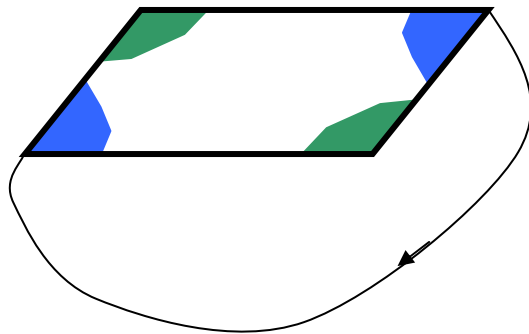


Application des caractéristiques des parallélogrammes quelconques au cours de constructions de parallélogrammes quelconques avec du matériel varié, comme par exemples:

- ✓ avec des segments de droites
- ✓ avec des tiges de mécano.



Comment prouver que les angles opposés d'un parallélogramme quelconque sont de même amplitude?



Exercices individuels de tracé de parallélogrammes sur du papier tramé.

A l'aide d'un parallélogramme quelconque correspondant ( isométrique) sur transparent, recherche des mouvements du transparent (ou des transformations: d ou r du parallélogramme sur lui-même) qui permutent les angles opposés.

Dans ce cas-ci, les enfants constatent qu'ils ne peuvent le faire que par déplacement (rotation)

Compléter les parallélogrammes quelconques dont on donne la mesure de deux côtés adjacents.

Tracer deux parallélogrammes quelconques (en tenant compte que les côtés opposés doivent être parallèles et isométriques)

### En troisième année

Etude de la famille des parallélogrammes.

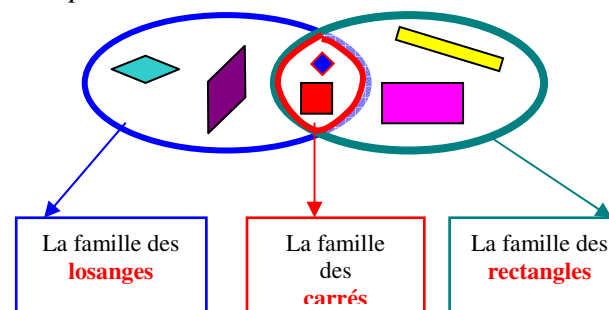
Sélectionner tous les quadrilatères ayant deux paires de côtés parallèles.

Le classement de la famille des parallélogrammes peut alors se faire comme ce qui suit. Les élèves découvrent alors que la famille des parallélogrammes comprend quatre types de parallélogrammes:

- ✓ les parallélogrammes quelconques,
- ✓ les rectangles quelconques,
- ✓ les losanges quelconques
- ✓ les carrés.

Au cours de la sélection des quadrilatères répondant à la consigne, les élèves s'interrogent: "où placer les carrés puisqu'ils doivent être à la fois dans la famille des losanges et aussi dans la famille des rectangles?"

*Le jeu des cordes rapprochées (proposé par les élèves) permet de résoudre ce problème.*



Détermination des qualités communes à tous les membres de la famille des parallélogrammes:

- ✓ A propos des côtés opposés
- ✓ A propos des angles opposés,
- ✓ A propos des transformations qui superposent les figures à elles-mêmes: d ou r.

Etablissement de la synthèse orale et collective comprenant les qualités communes à toute la famille des parallélogrammes.

<div data-bbox="369 151 985 638" data-label="Diagram"> </div> <p>Exercices individuels:  Création de parallélogrammes avec du matériel varié:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ bandes parallèles croisées</li> <li>✓ segments de droites sur transparents</li> <li>✓ tiges de mécano</li> </ul> <p>Vérifier si des quadrilatères donnés sont des parallélogrammes.  Calcul de périmètres de parallélogrammes connaissant la valeur de deux côtés adjacents.  Recherche de la mesure d'un côté connaissant le périmètre et la mesure d'un côté.  Recherche de la mesure des angles opposés connaissant la mesure d'un seul angle.</p>	<p>Etablissement de la synthèse écrite comme ce qui suit:</p> <p><b><u>Qualités communes à toute la famille des parallélogrammes:</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 2 paires de côtés parallèles</li> <li>✓ les angles opposés de même amplitude</li> <li>✓ superposables à eux-mêmes par déplacement</li> </ul>
<p><b><u>En quatrième année</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Idem troisième année</li> <li>✓ En plus</li> </ul>	<p>A ce stade, les élèves ont été initiés aux rotations et aux symétries orthogonales (voir les thèmes précédant l'étude de la famille des parallélogrammes, dans la rubrique " plan de quatrième année").</p>

Etablir la synthèse des caractéristiques communes associées à tous les membres de la famille des parallélogrammes (côtés, angles, parallélisme, types de déplacements qui superposent les losanges à eux-mêmes ( rotations) ; types de retournements qui superposent les parallélogrammes à eux-mêmes (symétries orthogonales).

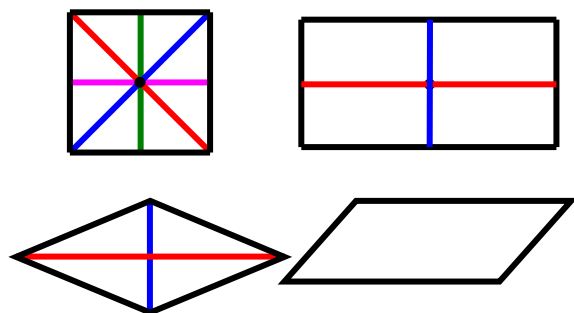
Synthèse de quatrième année:

**Qualités communes à tous les parallélogrammes:**

- ✓ 2 paires de côtés parallèles
- ✓ les angles opposés de même amplitude
- ✓ superposables à eux-mêmes par déplacements (2 rotations :  $\frac{1}{2}$  tour et  $\frac{4}{4}$  de tour )

### **En cinquième année primaire**

- ✓ Idem quatrième année
- ✓ En plus
- Les médianes et les diagonales des membres de la famille des parallélogrammes sont-elles des axes de symétrie ? Comment le prouver? (à l'aide des symétries orthogonales qui superposent la figure à elle-même)



Utilisation des transparents isométriques aux parallélogrammes, et des transformations (rotations ou symétries orthogonales) permettant de rechercher, d'argumenter et de prouver.

Rappel:

Carrés: 4 axes de symétrie (les 2 médianes et les 2 diagonales)

Rectangles: 2 axes de symétrie (les 2 médianes)

Losanges: 2 axes de symétrie (les 2 diagonales)

Parallélogrammes: zéro axe de symétrie (puisque pas de symétrie orthogonale qui superpose un parallélogramme à lui-même)

<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Etablir ensuite la synthèse des caractéristiques communes associées à <u>tous</u> les membres de la famille des parallélogrammes (côtés, angles, parallélisme, les rotations qui superposent les parallélogrammes à eux-mêmes (lesquelles ?) ; les symétries orthogonales qui superposent les parallélogrammes à eux-mêmes (médianes et/ou diagonales ?).</li> </ul>	<p>Voir ci-après et à ce sujet, le tableau récapitulatif des propriétés de chaque famille de quadrilatères.</p>
<p><b><u>En sixième année primaire</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Idem cinquième année</li> <li>✓ En plus</li> </ul> <p>Déterminer si les médianes puis les diagonales de <u>tous</u> les membres de la famille des parallélogrammes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ sont de même longueur (isométriques)</li> <li>✓ sont perpendiculaires</li> <li>✓ se coupent en leur milieu</li> <li>✓ sont des axes de symétrie des parallélogrammes</li> </ul> <p>Elaboration collective de la synthèse "complète" de toutes les qualités communes à tous les membres de la famille des parallélogrammes</p>	<p>A l'aide de manipulations de transparents, recherche, argumentation, preuves orale des propriétés des membres de la famille des parallélogrammes (voir les vidéos des élèves de sixième année en activité )</p>



*Pour les deux premières années du secondaire, la méthodologie utilisée suit le même fil conducteur (voir les pratiques utilisées par Christine PILAETE)*

### **En première année secondaire**

**"Mise à niveau" de tout le groupe d'élèves étant donné leur venue d'écoles différentes.**

Révision et fixation de la "définition" de losanges.

Détermination des "propriétés" (qualités communes) à tous les parallélogrammes.

Comprendre les liens de dépendance qui unissent le concept "définition" et le concept "propriétés".

### **En deuxième année du secondaire**

A terme (à 14 ans), les enfants devront:

- comprendre le classement usuel et découvrir les propriétés communes à tous les membres de cette famille.

- comprendre le concept "définition" et le concept "propriété" ainsi que les liens de dépendance qui les unissent.

- découvrir des "conditions déterminantes" pour appartenir à cette famille et démontrer la véracité de ces conditions déterminantes




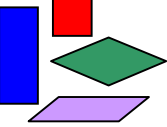
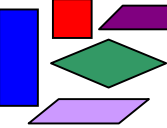
Avec le matériel adéquat (les transparents) et par manipulations individuelles, utilisation des transformations (automorphismes) pour découvrir et vérifier les propriétés communes à tous les parallélogrammes: perpendicularité, parallélisme, isométries des côtés, des angles, propriétés des diagonales et des médianes.

#### **Remarque:**

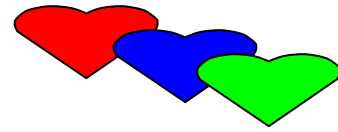
Il existe deux types de définitions en mathématique:

- ✓ les définitions créatives
- ✓ les définitions descriptives

### Synthèse des familles des quadrilatères en cinquième année

Familles des quadrilatères connus	au moins une paire de côtés parallèles	4 côtés de même longueur	côtés opposés de même longueur	4 angles droits	Angles opposés de même amplitude	Superposables à eux-mêmes par déplacements (rotations)				Superposables à eux-mêmes par retournements (symétries orthogonales)			
						r 1/4	r 1/2	r 3/4	r 4/4	S <sub>(d<sub>1</sub>)</sub>	S <sub>(d<sub>2</sub>)</sub>	S <sub>(m<sub>1</sub>)</sub>	S <sub>(m<sub>2</sub>)</sub>
<b>Famille des carrés</b> 													
<b>Famille des rectangles</b> 													
<b>Famille des losanges</b> 													
<b>Famille des parallélogrammes</b> 													
<b>Famille des trapèzes</b> 													

**Synthèse N° 5 à retenir**



**IV. La famille des parallélogrammes**

**1. Quelles sont les caractéristiques des parallélogrammes ?**

Les parallélogrammes sont des quadrilatères ayant:

- **deux paires de côtés parallèles,**
- **les angles opposés sont de même amplitude.**

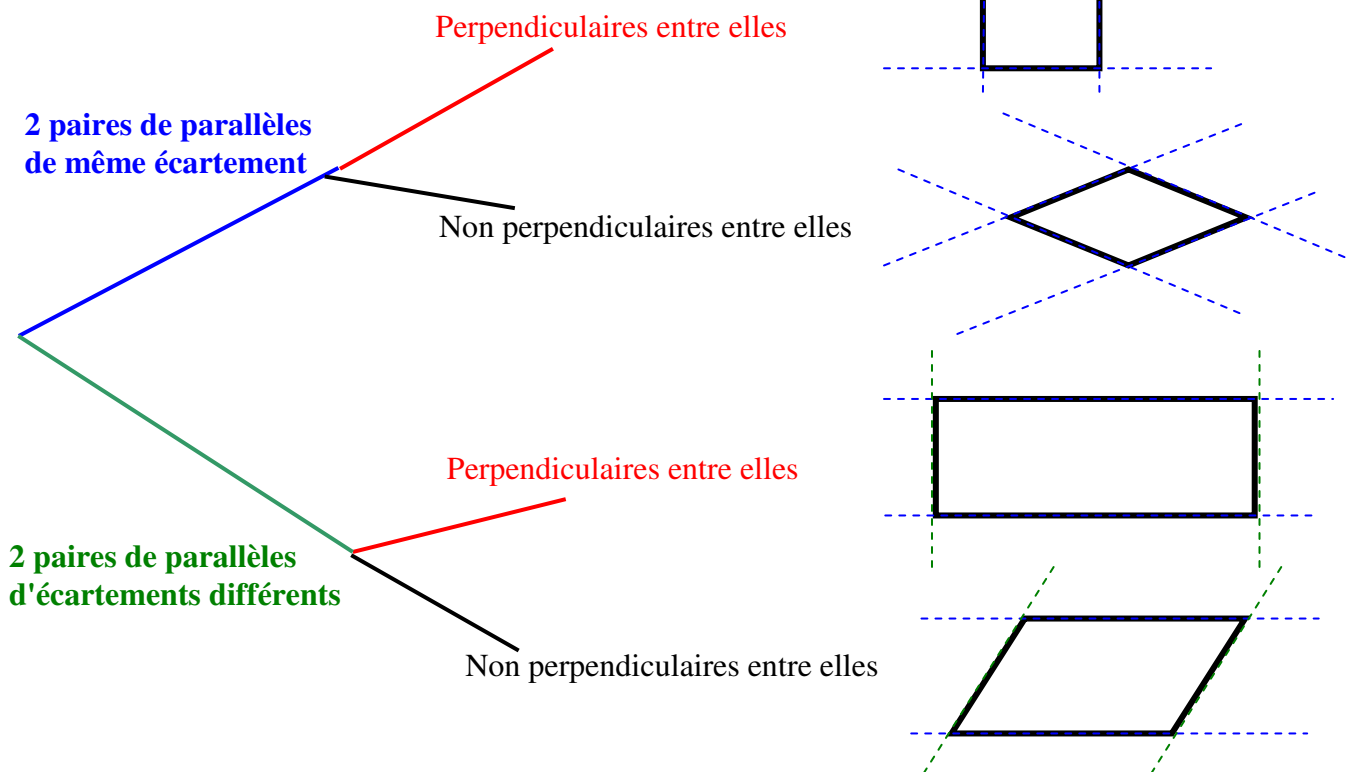
**2. Combien de parallélogrammes existe-t-il?**

Il existe **une infinité de parallélogrammes.**

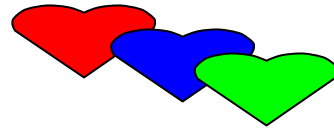
**3. Tous les parallélogrammes sont-ils semblables? (explique)**

Non, il existe **4 types de parallélogrammes:**

- **les parallélogrammes quelconques,**  
et
- **Les parallélogrammes particuliers:**
  - les rectangles quelconques,
  - les losanges "quelconques"
  - les "carrés".



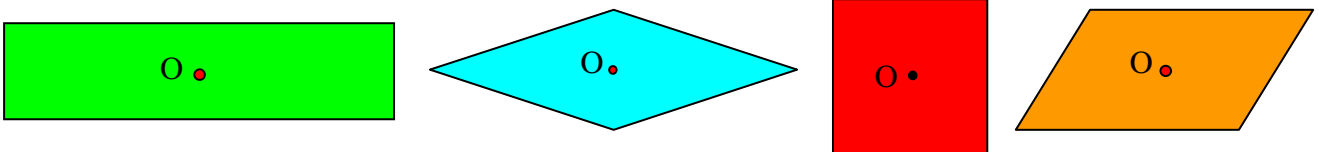
## Synthèse N° 5 à retenir



(suite)

**4. Quelles sont les transformations qui permettent de superposer les parallélogrammes à eux-mêmes?**

**Tous les parallélogrammes se superposent à eux-mêmes par au moins 2 rotations:  $180^\circ$  et  $360^\circ$ .**



**Tous les parallélogrammes ne se superposent pas à eux-mêmes par symétrie orthogonale (sauf les carrés, les rectangles, les losanges).**

**Tous les parallélogrammes ont :**

- les côtés opposés de même longueur,
- les angles opposés de même amplitude.

**6. Comment représenter la famille des parallélogrammes parmi la grande famille des quadrilatères ?**

