4. Description de la géométrie demandée par les Socles de Compétences

4.A. Description de la géométrie demandée par les Socles de Compétences

Les souhaits des Socles, à savoir: "*relier les propriétés des transformations aux propriétés des objets géométriques"* expriment simplement que la géométrie à développer avec les élèves est ce que l'on appelle: **la Géométrie des Transformations.**

Par définition, cette géométrie est une géométrie où l'étude des objets géométriques s'effectue grâce aux propriétés des transformations agissant sur ces objets.

A l'école Primaire et au début du Secondaire, l'étude se conçoit comme la découverte et /ou la justification de propriétés associées aux familles de figures et solides géométriques[1] du plan ou de l'espace.
Les transformations mises en œuvre pour ces découvertes et /ou justifications sont les rotations, les translations et les symétries centrales du plan et de l'espace, les symétries orthogonales du plan, les symétries bilatérales (miroir) de l'espace ainsi que les homothéties de rapport positif.

4.B. Liens entre les objets géométriques et les transformations du plan et de l'espace

Concrètement, le lien entre objets géométriques et transformations s'établit généralement comme suit :

1. d'une part en ce qui concerne les propriétés des objets géométriques, on utilise les notions conservées par les déplacements et /ou des retournements qui superposent l'objet géométrique à lui-même[2].
2. d'autre part, pour comparer les qualités analogues d'objets ou de parties d'objets, on utilise aussi les qualités des transformations qui appliquent un objet sur l'autre ou une partie d'un objet sur une autre partie de celui-ci.

L'exemple ci-dessous illustre ce point de vue.

<u>Exemple</u>

[1] Il s'agit des figures et solides géométriques usuels.
[2] Les mathématiciens parlent d'automorphismes ou de symétries au sens large.

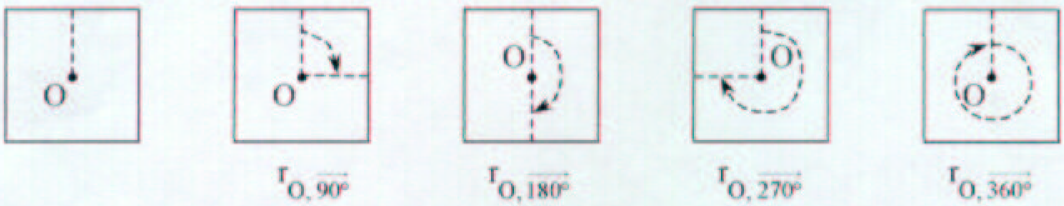
Les propriétés associées aux carrés se déduisent des isométries qui superposent tout carré à lui-même ; à savoir : les rotations de 90°-180°-270°-360° et /ou les symétries orthogonales dont les droites de points fixes sont les diagonales et les médianes du carré.

Au primaire et au début du secondaire, les « symétries » sont mises en évidence grâce à des transparents : ces symétries sont illustrées dans l'encadré ci-dessous.

❖ **Tout carré est superposable à lui-même par :**

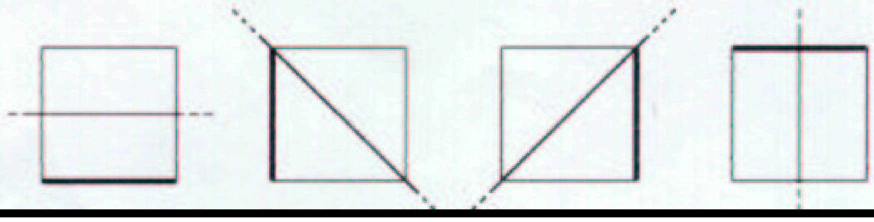
➢ **4 déplacements : les 4 rotations de centre « O » et d'amplitude de 90° ($\frac{1}{4}$ tour), 180° ($\frac{2}{4}$ tour), 270° ($\frac{3}{4}$ tour) et 360° ($\frac{4}{4}$ tour).**

On résume ceci en affirmant que tout carré possède un <u>centre de rotation d'ordre 4</u>.

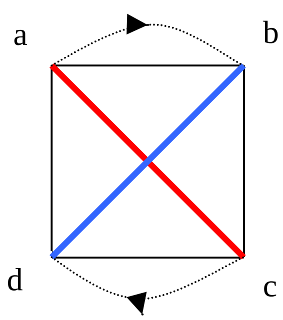


➢ **4 retournements : les 2 symétries orthogonales dont les droites de points fixes sont les droites diagonales et les 2 symétries orthogonales dont les droites de points fixes sont les droites médianes.**

On résume cette propriété en affirmant que tout carré possède <u>4 axes de symétries</u> : les droites diagonales (2) et les droites médianes (2).



Ainsi, les diagonales [a c] et [b d] du carré a b c d sont de même longueur, car la rotation de centre o et d'amplitude de 90° : applique la diagonale [a c] sur [b d] et conserve les distances.



De plus, de $r_{0,\ 90°}[a\ c] = [b\ d]$, il résulte aussi que les diagonales sont perpendiculaires, car l'image d'une droite par une rotation de 90° est une droite perpendiculaire.

4.C. Géométrie plane ou géométrie de l'espace ?

Terminons cette description de la Géométrie des Transformations par notre réponse à une question souvent posée :

« **Au départ, l**e cours proposé aux élèves commence-t-il par l'étude de la *Géométrie des Transformations du plan* (étude des objets de dimensions deux et des transformations du plan) ou par l'étude de la *Géométrie des Transformations de l'espace* (étude des objets de dimensions trois et des transformations de l' espace)? ».

Notre réponse est nuancée selon que la question s' adresse à l' Enseignement Maternel ou à l' Enseignement Primaire.

En Maternel, l' accent est mis:
- dans un premier temps, sur une perception globale des objets de l' espace (solides géométriques) qui apparaissent dans le voisinage familier des enfants.
- dans un deuxième temps, sur une "analyse" des constituants des solides, à savoir les faces (figures géométriques), les sommets et les arêtes.

De plus, les activités de psychomotricité (déplacements dans l' espace) préparent aux transformations de l' espace et du plan.

Pour le primaire, notre réponse est claire: "Ni par la Géométrie des Transformations du plan, ni par la Géométrie des Transformations de l' espace."

Au primaire, le cours est constitué d'une série d'activités où il existe des va-et-vient continuels entre le plan et l'espace, tout en accordant une priorité à l'étude de la géométrie plane.

Cette position s'appuie sur les constats suivants :

- de 0 à 6 ans, les enfants se sont déjà familiarisés aux objets de l'espace et aux mouvements dans l' espace (psychomotricité), en particulier dans l'enseignement maternel ;

- l'objectif du cours de géométrie, à partir du primaire, n'est plus seulement de décrire les objets géométriques et les transformations mais bien de développer une Géométrie des Transformations structurée où de véritables activités mathématiques sont rencontrées (voir à ce sujet, les compétences transversales des Socles de Compétences).

Ainsi, des embryons de justifications sur les solides sont élaborés et ces justifications sont presque toujours basées sur des propriétés de figures planes.
De plus, des règles de l'espace doivent aussi être acquises; en particulier celle du procédé qui consiste à distinguer les déplacements des retournements de l'espace.

Cette règle de différenciation des déplacements et des retournements de l'espace est simple.

En effet,
- un déplacement de l'espace est une transformation qui conserve les distances (une isométrie) et telle que l'image d'une main droite *(gauche*) reste une main droite (*gauche);*
- un retournement de l'espace est une transformation qui conserve les distances (une isométrie) et telle que l'image d'une main droite (*gauche*) devient une main gauche (*droite*).

Les scientifiques résument cette règle en affirmant:

"*Un déplacement est une isométrie qui conserve l'orientation."*

"Un retournement est une isométrie qui inverse l'orientation."

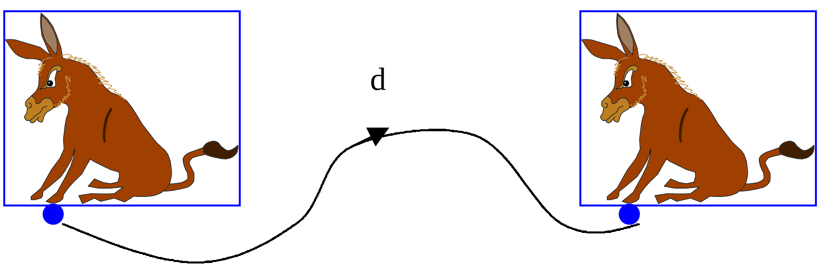
A ce sujet, dans l'espace, les translations et les rotations sont des déplacements; alors que les symétries bilatérales ("symétries miroirs") et les symétries centrales de l'espace sont des retournements.

Comme au début du Primaire, il n'est pas possible de faire comprendre cette règle de l'espace, celle-ci s'accepte par la suite (à partir de la sixième primaire) comme une extension de la même règle pour le plan.
Dans le plan, cette règle s'acquiert sans difficulté à partir de la quatrième année primaire.
En effet, les déplacements et les retournements du plan sont d'abord perçus, au début du primaire, grâce à des figures dessinées sur transparents. Par la suite, les déplacements et les retournements plans sont alors différenciés grâce aux dessins de mains sur transparents.

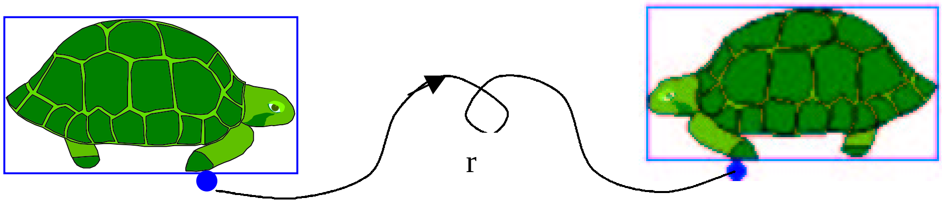
Premières définitions des notions de déplacement et de retournement du plan.

Au débout du primaire, les premières définitions des déplacements et des retournements du plan sont:

- "Deux figures planes sont superposables par un déplacement, lorsque l'on peut *(grâce à un transparent),* amener l'une sur l'autre sans quitter le plan.



- "Deux figures planes sont superposables par retournement, lorsque pour amener l'une sur l'autre *(grâce à un transparent)*, on doit quitter le plan et retourner une seule fois le transparent.



Avec ces définitions, la règle de différenciation des déplacements et des retournements devient, grâce à l'orientation, élémentaire.
Ainsi, la transformation qui permet de "passer" de la figure 1 à la figure 2 est un retournement.

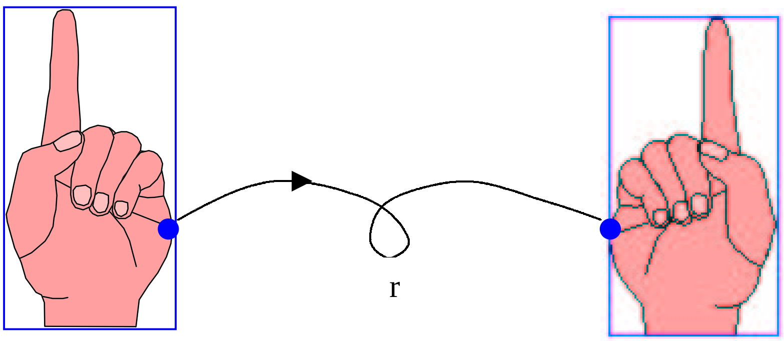


Figure 1 — Figure 2

Dessin de main **gauche** — Dessin de main **droite**

Par contre, la transformation qui permet de "passer" de la figure 3 à la figure 4 est un déplacement.

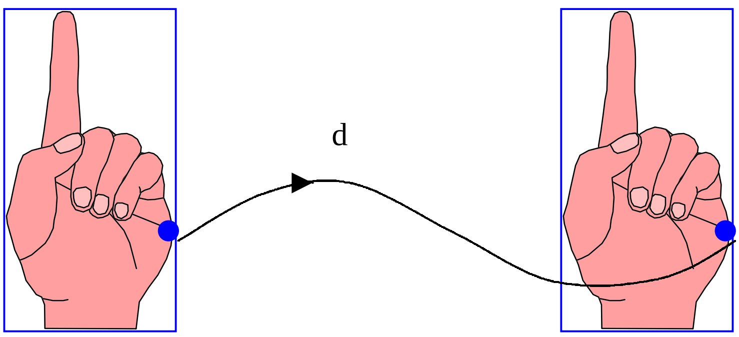


Figure 3 — Figure 4

Dessin de main **gauche** — Dessin de main **gauche**