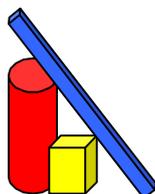


LA GEOMETRIE DES TRANSFORMATIONS

dans l'apprentissage des mathématiques



Site WEB : www.uvgt.net

Synthèse des figures géométriques et solides géométriques en Géométrie Élémentaire

Approche intuitive

**Michel DEMAL - Jacques DUBUCQ
Danielle POPELER**

U.R.E.M. (U.L.B.) – H.E.C.F.H.- U.V.G.T.

Plan des figures géométriques et solides géométriques en géométrie élémentaire

1. Les figures géométriques

- Définitions de figures géométriques et exemples
- Définition de polygones
- Définitions de figures rondes
- Définitions de figures hybrides
- Classement
- Structure de l'étude des figures géométriques planes

2. Les solides géométriques

- Définitions et exemples
- Caractéristiques des polyèdres
- Polyèdres de Pétrie
- Classement
- Analogies entre le classement des figures géométriques et des solides géométriques
- Structure de l'étude des solides géométriques

1. Les figures géométriques

▪ Définitions

Familles de figures géométriques rencontrées dès la première année primaire.

Comme il s'agit de rencontrer ces notions, les définitions adoptées ne sont évidemment pas plaquées, a priori, mais découvertes tout au long des activités développées avec les enfants. Il s'agit en fait qu'il s'imprègnent, a posteriori, des contraintes délimitant les figures géométriques et en particulier les polygones.

D'ailleurs, comme le rappelle FREUDENTHAL: " Comment peut-on définir un objet ou une famille d'objets avant de connaître cet objet ou cette famille d'objets?".

Les figures géométriques.

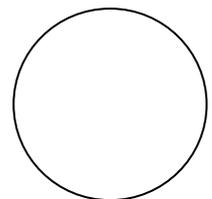
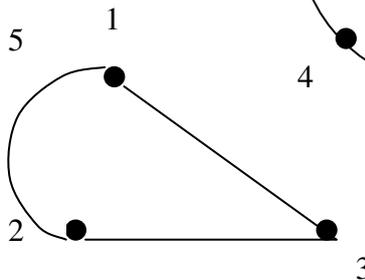
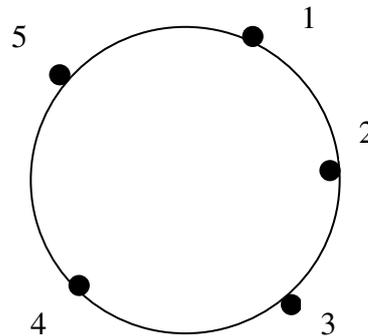
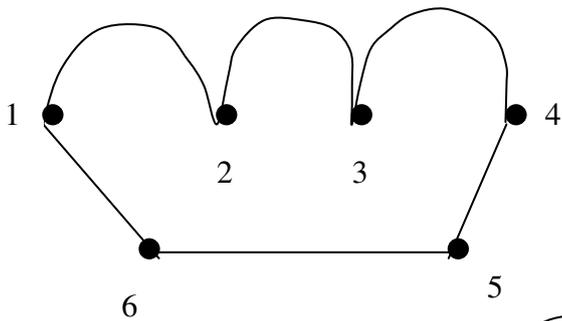
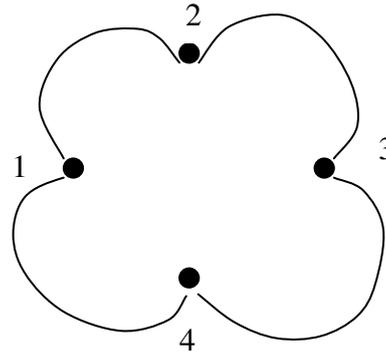
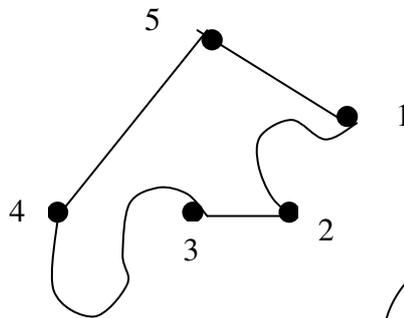
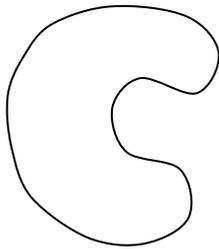
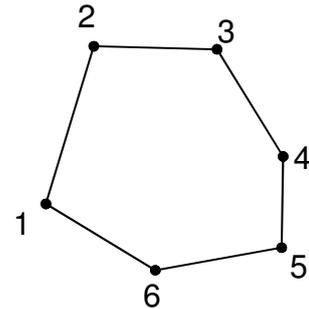
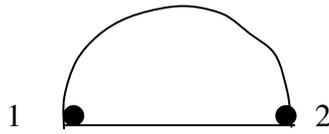
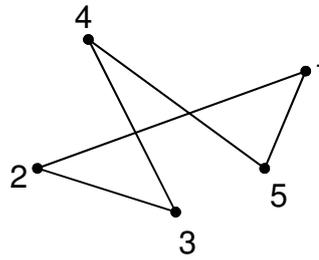
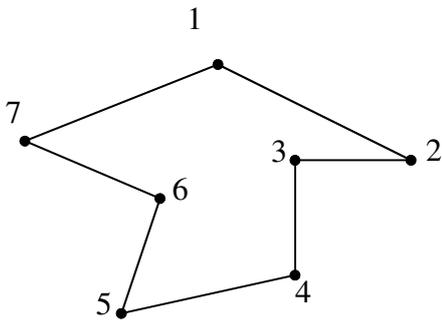
A propos des contraintes délimitant les figures géométriques.

Les figures géométriques que nous retenons et à partir desquelles nous construisons une première activité *structurée* et *cohérente* se définissent de la manière suivante.

Par définition, les figures géométriques sont formées de côtés et de sommets de telle manière que:

- les sommets sont des points et les côtés sont soit droits, soit courbes;
- les côtés droits sont des segments de droite dont les extrémités sont des sommets;
- les côtés courbes sont tantôt des courbes fermées sans sommet, tantôt des arcs de courbe dont les extrémités sont des sommets;
- les côtés courbes sont "lisses", sans aspérité (sans pointe) sauf éventuellement aux sommets;
- tout sommet est l'extrémité d'exactly deux côtés;
- la figure est en une seule partie (connexe);
- deux côtés droits consécutifs ne sont jamais alignés.

Exemples de figures géométriques:



Contre exemples : dessins de figures qui ne sont pas des figures géométriques.

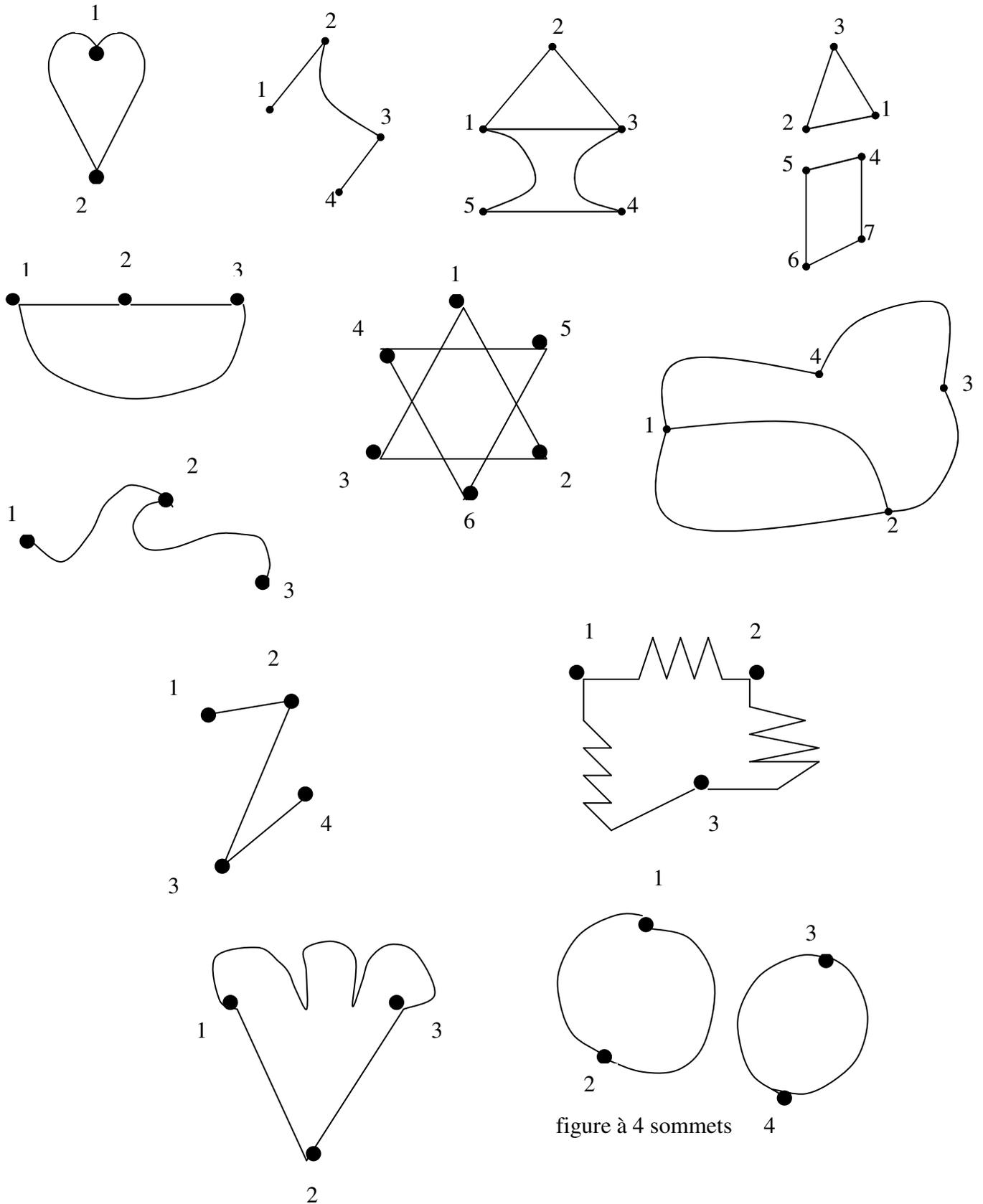


figure à 4 sommets

En résumé, une définition des figures géométriques que nous travaillons à ce stade peut s'exprimer de la manière suivante:

Les figures géométriques planes sont formées de côtés droits et/ou de côtés courbes de telle manière que:

- tout sommet est l'extrémité d'exactly deux côtés;
- la figure est en une seule partie;
- les côtés courbes sont lisses, dépourvus d'aspérité (sans pointe) sauf éventuellement aux extrémités;
- deux côtés droits consécutifs ne sont jamais alignés.

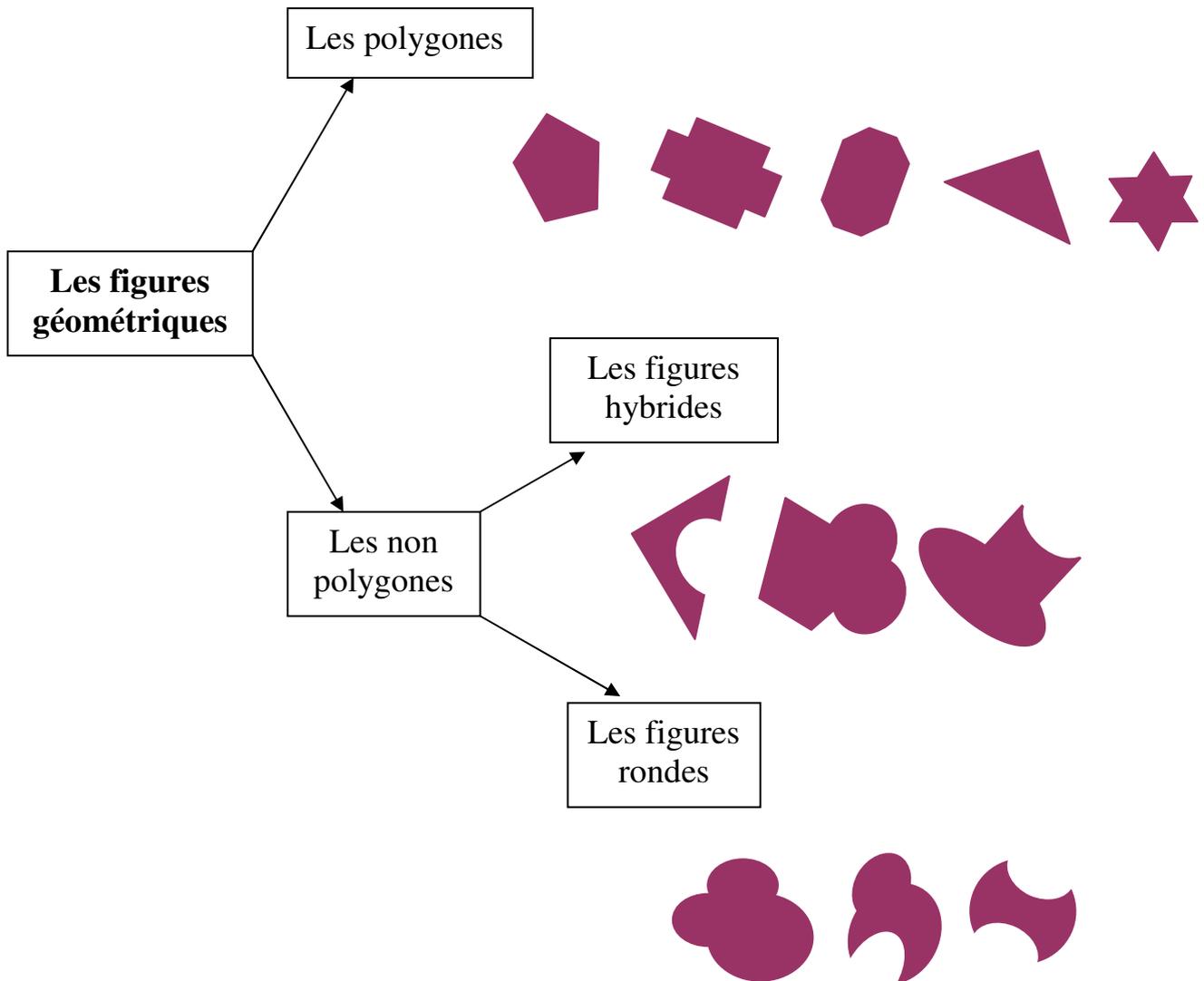
Il découle immédiatement de la définition adoptée, que dans le plan, il existe 3 types de figures géométriques.

Les figures géométriques dont tous les côtés sont des segments de droites: **les polygones.**

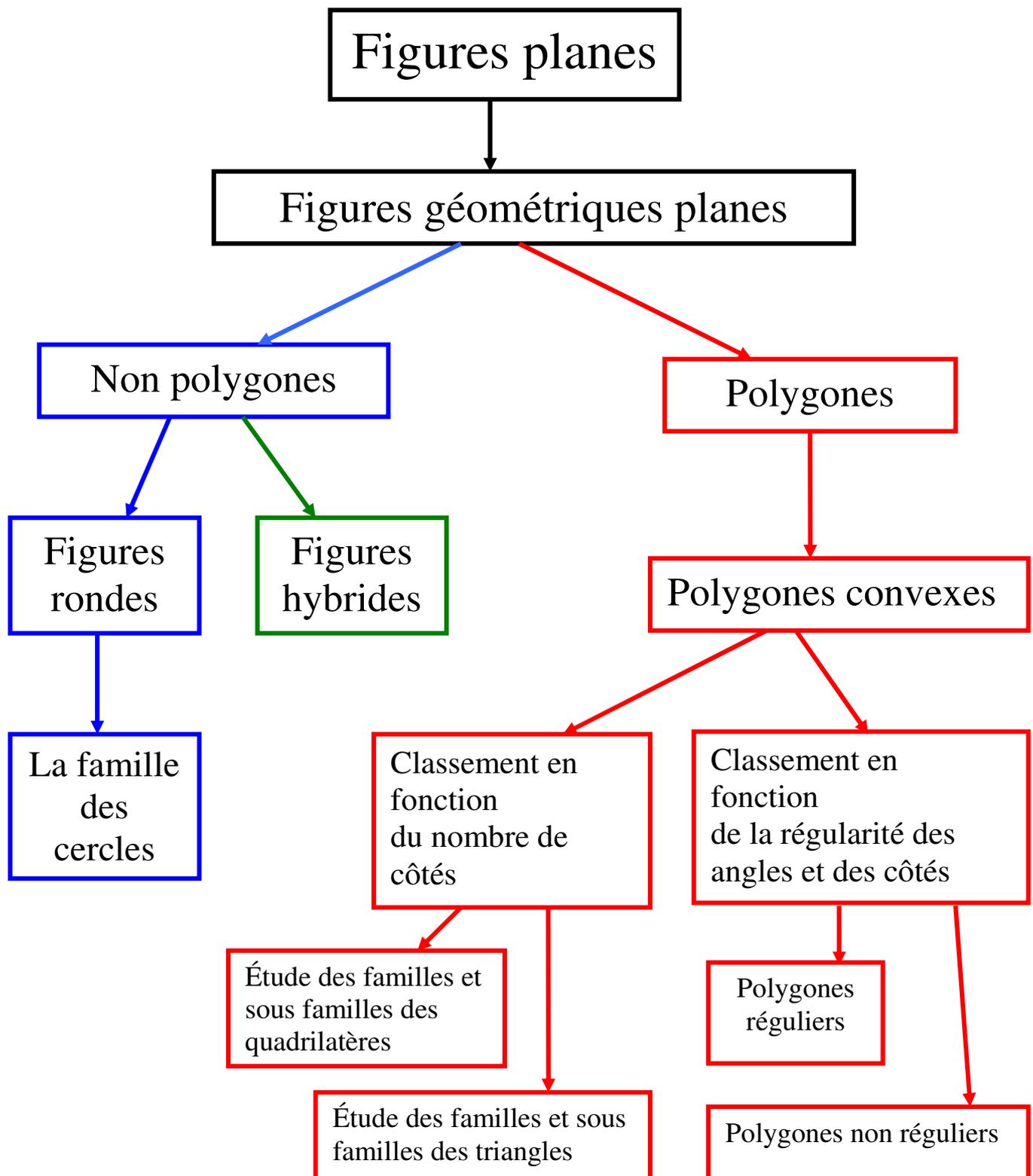
Les figures géométriques dont tous les côtés sont des côtés "courbes": **les figures rondes.**

Les figures géométriques qui possèdent au moins un côté droit et au moins un côté courbe: **les figures hybrides.**

▪ Classement des figures géométriques planes



Structure de l'étude des figures planes en géométrie élémentaire



2. Les solides géométriques

▪ Définitions

Définition de polyèdre.

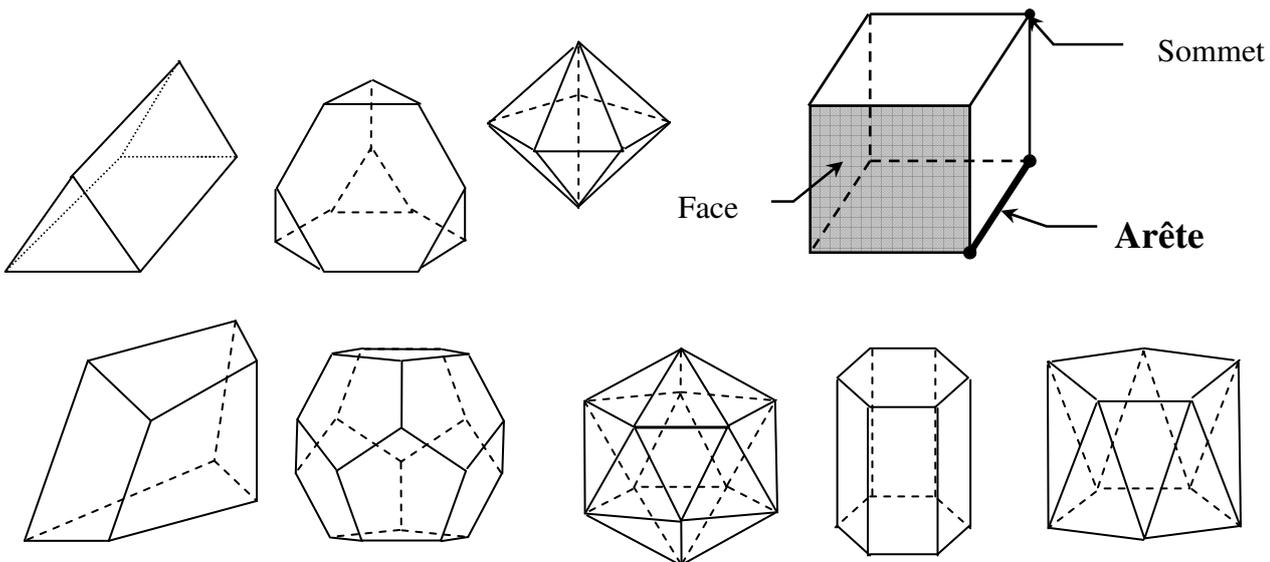
Un polyèdre est un solide géométrique dont toutes les faces sont des polygones, telles que:

- toute arête est un côté de deux faces;
- le solide est en une seule partie;
- aucun sommet n'est commun à plusieurs angles polyèdres ;
- deux faces contiguës ne sont jamais dans un même plan ;
- les extrémités des arêtes sont les sommets du polyèdre.

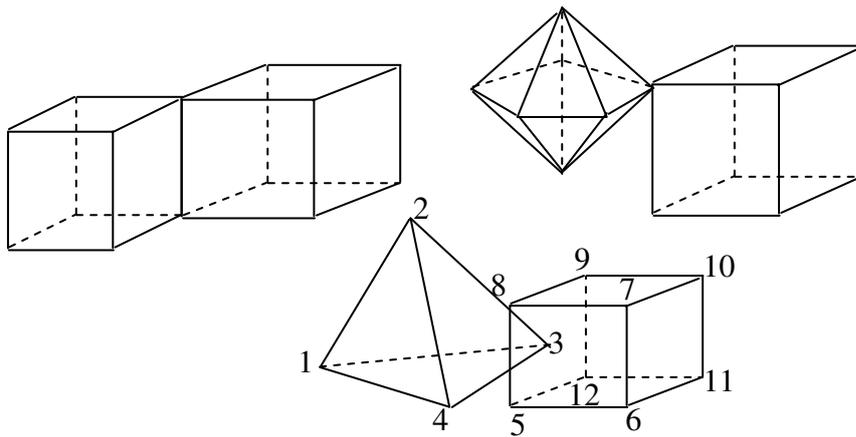
Remarque.

On peut montrer que sur base de ces caractéristiques, en chaque sommet il arrive au minimum 3 faces.

Exemples de polyèdres.

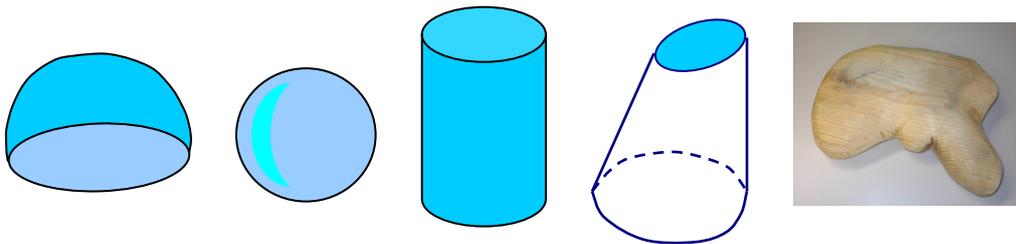


Exemples de solides formés de faces polygonales, qui ne sont pas des polyèdres.



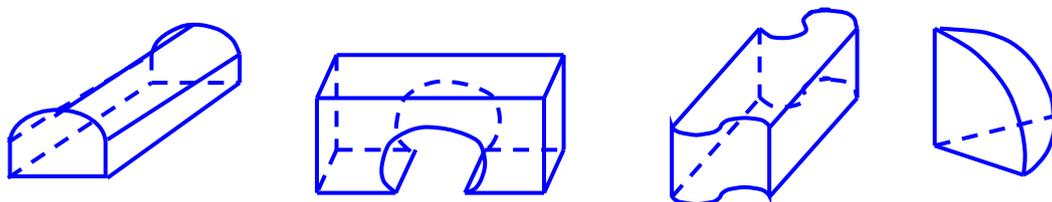
Définition de corps rond.

Un corps rond est un "solide géométrique dont toutes les faces sont des faces courbes (non planes) ou (et) des faces planes rondes".



Définition de corps hybride.

Par définition, un corps hybride est un "solide géométrique où il existe au moins une face hybride."



Remarques:

- Un corps hybride est un solide géométrique où il existe au moins une face hybride et au moins une face courbe (non plane).
- Certains corps hybrides possèdent aussi une face polygonale.

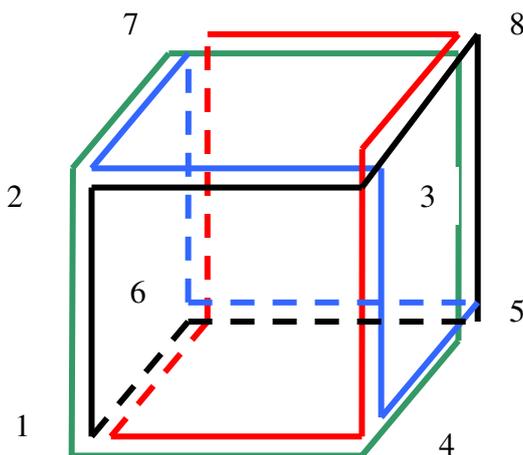
Conclusion :

Nous avons retenu comme critères de classements, des critères mathématiques et non pas des critères non mathématiques tels que "roulent ou ne roulent pas" ou "boule ou non boule" ou « toutes les faces planes ou non planes ».

▪ Polyèdres de Pétrie

Contrairement à bien des affirmations, les critères " toutes les faces sont planes" et "toutes les faces sont des polygones" ne sont plus des critères équivalents.

En effet, et à titre d'exemple, citons le fameux "cube" à faces gauches (non planes) de PETRIE (ci dessous), déterminé par quatre hexagones gauches réguliers.



Ce sont les 4 hexagones réguliers suivants:

L'hexagone rouge (7 - 8 - 3 - 4 - 1 - 6)

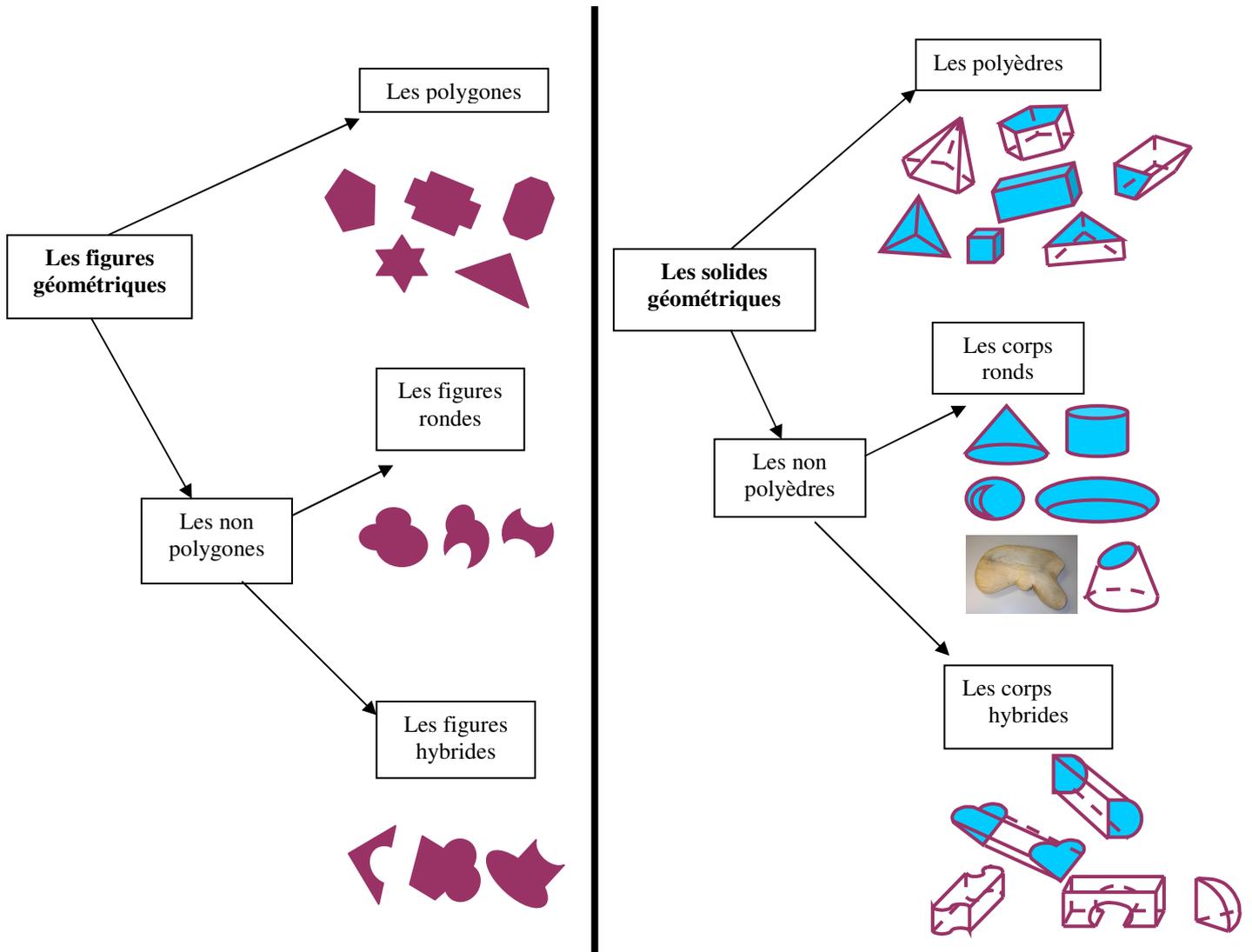
L'hexagone bleu (7 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6)

L'hexagone vert (7 - 8 - 5 - 4 - 1 - 2)

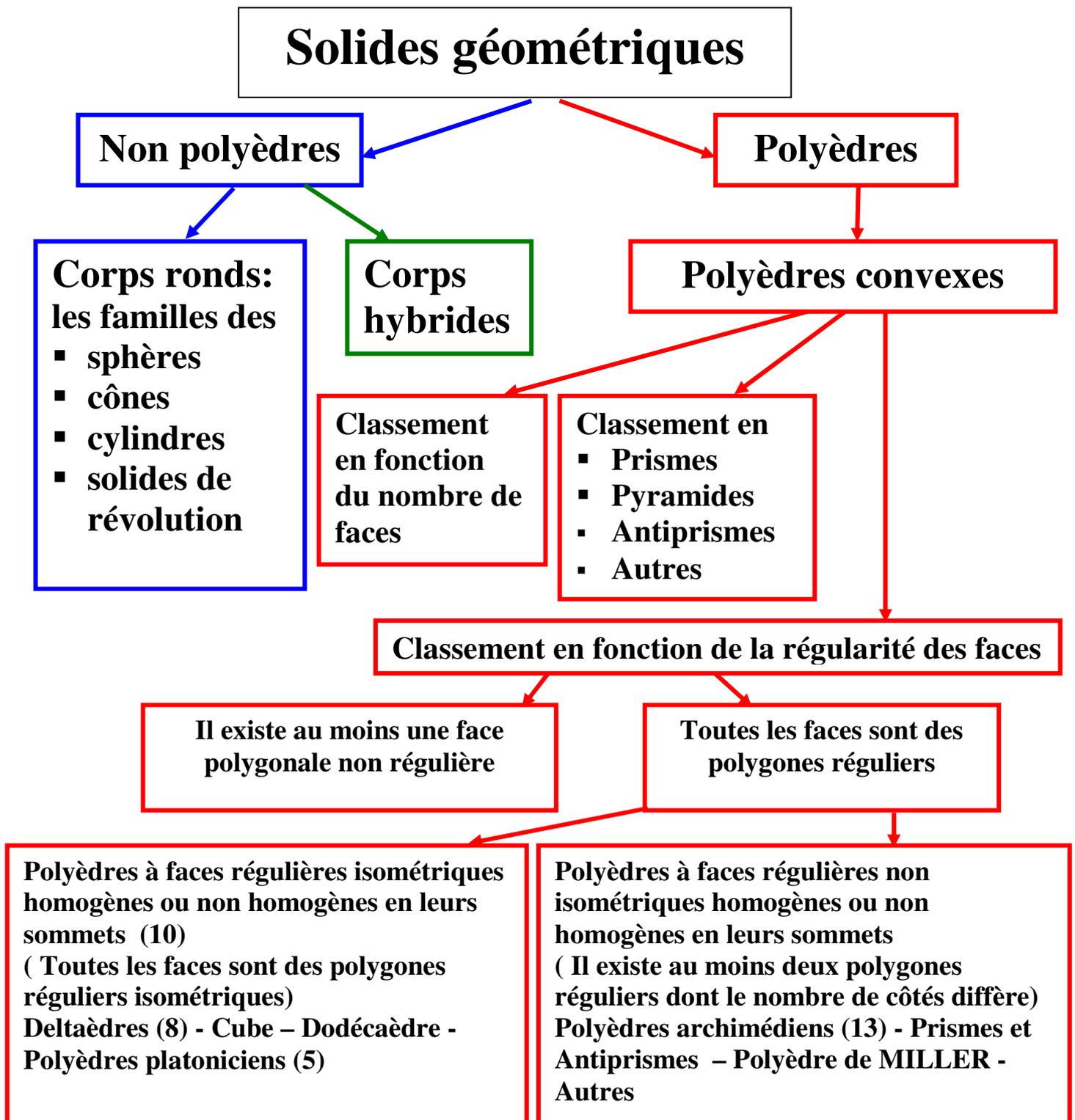
L'hexagone noir (2 - 3 - 8 - 5 - 6 - 1)

Si ce type de polyèdre peut paraître surprenant, il vérifie néanmoins les caractéristiques habituelles des polyèdres usuels.

▪ Analogies entre le classement des figures géométriques et des solides géométriques



Structure de l'étude des solides en géométrie élémentaire



Le classement des polyèdres convexes à faces régulières en fonction de la transitivité des faces et des sommets (les polyèdres réguliers et semi réguliers) n'est pas abordé avant 17/18 ans. En effet, ce classement exige la maîtrise des automorphismes des polyèdres concernés.